

令和2年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
(令和元年8月実施)

【電気電子工学専攻】

基礎科目

(数学)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は、1ページから2ページまでです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を正しく記入してください。
5. 解答用紙のおもて面には、既に受験科目名と問題番号が記入されています。解答は解答用紙のおもて面の所定の位置に記入してください。
6. 必要に応じて計算過程も記入してください。
7. 解答用紙は4枚あります。白紙も含めてすべて提出してください。
8. 試験終了後、問題冊子および草案用紙は持ち帰ってください。

基礎科目：数学

1. 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ について以下の問いに答えよ。

(1) 行列式 $|A|$ の値を求めよ。

(2) A の固有値を求めよ。

(3) $A\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ のとき、 $\mathbf{x}$ を求めよ。

2. 複素数 z の関数,

$$f(z) = \frac{z}{z^2 - 3z + 2}$$

について以下の問いに答えよ。ただし、 $j = \sqrt{-1}$ とする。

(1) $f(z)$ の極をすべて求め、それぞれの極における留数を求めよ。

(2) 次の積分路 C に対して積分 $\int_C f(z) dz$ を求めよ。ただし、積分路 C はそれ自身が囲む領域を左側に見て進む向きに一周するものとする。

(a) $C = \{z \mid |z| = 0.5\}$

(b) $C = \{z \mid |z| = 1.5\}$

(c) $C = \{z \mid |z| = 2.5\}$

3. $y = y(x)$ に関する微分方程式,

$$y'' + 4y' + 4y = 4x^2 - 2$$

について以下の問いに答えよ。

- (1) $y'' + 4y' + 4y = 0$ の解を求めよ。
- (2) $y = ax^2 + bx + c$ とおいて特殊解を求めよ。
- (3) 一般解を求めよ。

4. 3次元直交座標系において, x, y, z 軸の正の向きの単位ベクトルをそれぞれ $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) スカラー場 $f(x, y, z) = x^3y^2z$ について以下の問いに答えよ。
 - (a) 勾配 $\text{grad } f(x, y, z)$ を求めよ。
 - (b) 勾配の発散 $\text{div grad } f(x, y, z)$ を求めよ。
 - (c) 勾配の回転 $\text{rot grad } f(x, y, z)$ を求めよ。
- (2) ベクトル場 $\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{-y}{x^2+y^2}\mathbf{i} + \frac{x}{x^2+y^2}\mathbf{j}$ について以下の問いに答えよ。
 - (a) $\mathbf{A}(1, 0, 0), \mathbf{A}(0, 1, 0), \mathbf{A}(-1, 0, 0), \mathbf{A}(0, -1, 0)$ をそれぞれ求め,
 xy 平面上に図示せよ。
 - (b) 回転 $\text{rot } \mathbf{A}(x, y, z)$ を求めよ。