令和２年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
（令和元年８月実施）

【電気電子工学専攻】

専門科目

（電磁気学，電子物性と量子物理，電気回路と電子回路）

注意事項

１．試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

２．この問題冊子の本文は，１ページから７ページまでです。

３．試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

４．監督者の指示に従って，すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を正しく記入してください。

５．解答用紙のおもて面には，既に受験科目名と問題番号が記入されています。解答は解答用紙のおもて面の所定の位置に記入してください。

６．必要に応じて計算過程も記入してください。

７．解答用紙は８枚あります。白紙も含めてすべて提出してください。

８．試験終了後，問題冊子および草案用紙は持ち帰ってください。

科目名： 電磁気学

以下の問題１～３について解答せよ。ただし，真空の誘電率を ε_0，真空の透磁率を μ_0 とし，直角座標系における x, y, z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ，$\hat{x}$，$\hat{y}$，$\hat{z}$ とする。

１．図１に示すように，電荷 Q（>0）を持つ３個の点電荷 A，B，C が真空中で xy 面の原点から等距離の位置に置かれている。A は y 軸上に，B は $x>0$，C は $x<0$ の領域にあり，点電荷間の距離がそれぞれ a であるとき，以下の問いに答えよ。

(1) 点電荷 A，B，C の各位置ベクトル $\overrightarrow{r_A}$，$\overrightarrow{r_B}$，$\overrightarrow{r_C}$ を求めよ。

(2) 点電荷 B が点電荷 A の位置に作る電界 $\overrightarrow{E_B}$ を求めよ。

(3) 点電荷 B および C から点電荷 A が受ける力 $\overrightarrow{F_A}$ を求めよ。

(4) 原点の電界 $\overrightarrow{E_0}$ を求めよ。

(5) 無限遠を電位の基準（$V_\infty = 0$）として原点の電位 V_0 を求めよ。

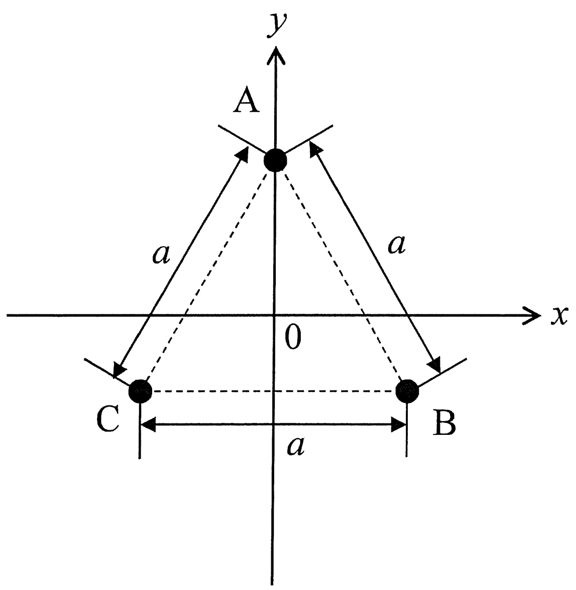


図１

２．真空中に，図２に示すような z 軸を中心軸とし内径 a，外径 b，高さ $2d$ の円筒形状の絶縁体でできた比透磁率 μ_s の磁性体がある。この磁性体には，図３に示すように，yz 面と交わる磁性体の外周に沿って接するように細い導線が１周巻き付けてある。この長方形の導線をコイル ABCD とする。z 軸上の導線を流れる電流が I（上向きを正とする）であるとき，以下の問いに答えよ。

(1) y 軸上の磁界 $\vec{H}(y)$ を求めよ。ただし，$y>0$ とする。

(2) y 軸上の磁束密度 $\vec{B}(y)$ を求めよ。ただし，$y>0$ とする。

(3) コイル ABCD と鎖交する磁束 Φ を求めよ。

(4) z 軸上の直線電流とコイル ABCD との相互インダクタンス M を求めよ。

(5) 直線電流が $I(t)=I_0\sin(2\pi ft)$ で時間変化するとき，コイル ABCD に生じる起電力 V を求めよ 。

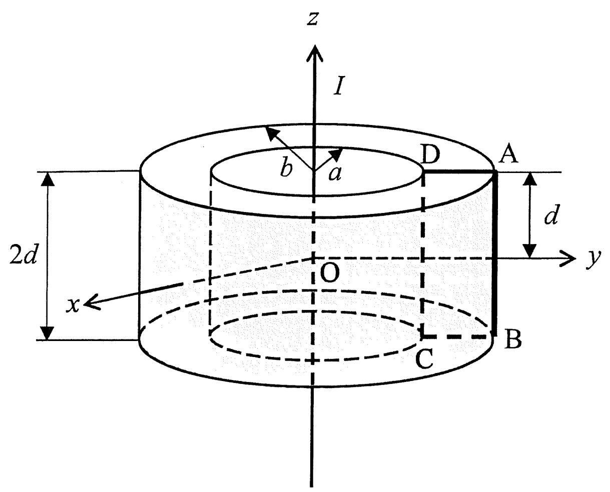


図２

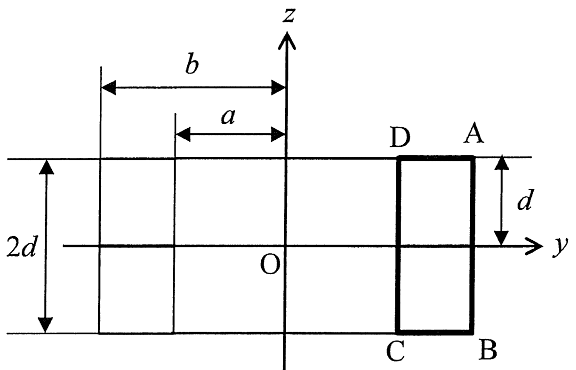


図３

３．図４に示すように，真空中で面積 S の２枚の薄い平板電極を距離 d 離して置いた平行平板コンデンサーがある。両電極間には，電極と同じ面積で厚さ $\frac{3}{4}d$，比誘電率 ε_s の誘電体が下部電極全面と接するように挿入されている。

このコンデンサーの上部電極の電位が V, 下部電極が 0 となるように電源が接続されているとき，以下の問いに答えよ。ただし，電極間距離に比べて電極の大きさが十分大きく，電極端の影響は無視してよい。また，コンデンサー内の真空部分を領域 I，誘電体部分を領域 II とする。

(1) 領域IIの電界と電束密度の大きさをそれぞれ E_2, D_2 とするとき，E_2 を D_2 を用いて表せ。

(2) 領域 I の電界と電束密度をそれぞれ E_1, D_1 とするとき, E_1 を E_2 を用いて, また D_1 を D_2 を用いて表せ。

(3) V を E_1, E_2 を用いて表せ。

(4) E_1 を d, S, V, ε_0, ε_s の中から必要な記号を用いて表せ。

(5) 領域 II の単位体積当たりの静電エネルギー u_2 を d, S, V, ε_0, ε_s の中から必要な記号を用いて表せ。

(6) コンデンサーに蓄えられる全エネルギー U を d, S, V, ε_0, ε_s の中から必要な記号を用いて表せ。

(7) 平行平板コンデンサーの静電容量 C を d, S, V, ε_0, ε_s の中から必要な記号を用いて表せ。

(8) このコンデンサーの静電容量が誘電体を挿入していないときの静電容量に比べて３倍の大きさであった。ε_s の値を求めよ。

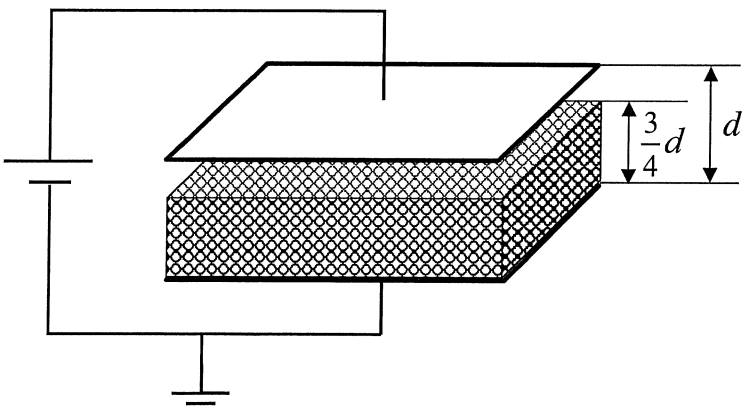


図４

科目名：電子物性と量子物理

以下の問題４～６について解答せよ。解答は導出過程も示すこと。数値を求める問題では有効数字を３桁まで求め，単位も明記せよ。また，数値を求めるときは次の物理定数を用いて良い。

真空中の光速度	$c = 2.998\times10^{8}\ \mathrm{m/s}$	ボルツマン定数	$k_B = 1.381\times10^{-23}\ \mathrm{J/K}$
アボガドロ数	$N_A = 6.022\times10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$	真空の透磁率	$\mu_0 = 1.257\times10^{-6}\ \mathrm{H/m}$
プランク定数	$h = 6.626\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}$	電子の静止質量	$m_0 = 9.109\times10^{-31}\ \mathrm{kg}$
真空の誘電率	$\varepsilon_0 = 8.854\times10^{-12}\ \mathrm{F/m}$	電子の電荷	$-e = -1.602\times10^{-19}\ \mathrm{C}$

４．以下の問いに答えよ。

(1) 真空中で静止状態から電圧 $V_a = 200\,\mathrm{V}$ で加速された電子１個のエネルギー $E_e\,[\mathrm{J}]$ を求めよ。また，電子をド・ブロイ波として取り扱う場合，電圧 V_a で加速された電子の運動量 $p_e\,[\mathrm{kg\cdot m/s}]$ とド・ブロイ波長 $\lambda_e\,[\mathrm{m}]$ を求めよ。ただし，電子の質量は静止時の質量 m_0 と仮定してよい。

(2) 電気抵抗率 $\rho = 1.59\times10^{-6}\,\Omega\cdot\mathrm{cm}$，電子密度 $n = 5.86\times10^{22}\,\mathrm{cm^{-3}}$ の導電材料における電子移動度 $\mu\,[\mathrm{m^2/(V\cdot s)}]$ を求めよ。また，この導電材料に電場（電界）$\vec{F}\,[\mathrm{V/m}]$ を印加した場合の電子のドリフト速度 $\vec{v_d}\,[\mathrm{m/s}]$ を，$\vec{F}$，μ を用いて表せ。

(3) 質量 $M\,[\mathrm{g}]$ をもつ金属の低温での定積比熱 $C_v\,[\mathrm{cal/(g\cdot K)}]$ が温度 $T\,[\mathrm{K}]$ の関数として，$C_v = \alpha T^3$（α は正の実定数）で表される場合，金属の温度 T を 1 K から 2K に上げるために必要な熱量 $Q\,[\mathrm{cal}]$ を，M, α を用いて表せ。

(4) 波長 254 nm の光を仕事関数が 2.35 eV である金属に照射した場合，放出される光電子の最大エネルギー $E_{max}\,[\mathrm{eV}]$ を求めよ。

５．原子量 55.8 の鉄 (Fe) 原子が格子定数 $a_0 = 2.866\times10^{-10}\,\mathrm{m}$ の体心立方格子 (bcc) 構造で結晶をなす場合について，以下の問いに答えよ。

(1) Fe 原子１個の質量 $m_{Fe}\,[\mathrm{g}]$ を求めよ。

(2) 体心立方格子の単位格子の概形を図示し，単位格子内における Fe 原子の個数 N_b [個] と充填率 F_b [%] を求めよ。

(3) 体心立方格子構造における (110) 面の面間隔 d_{110} [m] を求めよ。

(4) 波長 $\lambda_X\,[\mathrm{m}]$ の単色 X 線をこの結晶の (110) 面に対して角度 θ で入射するとき，回折 X 線が強め合うブラッグの条件を，自然数 n, d_{110}, λ_X, θ を用いた式で示せ。

6．図５に示したような x 軸に沿った１次元段差型ポテンシャル（高さ V_0）に，$x<0$ の領域から質量 m，エネルギー E（$E>V_0$）の電子が入射するモデルを考える。$x<0$，及び $x \geqq 0$ の各領域における時間を含まない１次元のシュレディンガー方程式は，

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\psi_1(x)}{dx^2} = -\dfrac{2mE}{\hbar^2}\psi_1(x) = -k_1^{\,2}\psi_1(x) & (x<0) \\ \dfrac{d^2\psi_2(x)}{dx^2} = -\dfrac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}\psi_2(x) = -k_2^{\,2}\psi_2(x) & (x \geqq 0) \end{cases}$$

で与えられる。ここで，ψ_1，ψ_2 は各領域での波動関数であり，k_1，k_2 は正の実数である。また，$\hbar$ はディラック定数（$\hbar = h/2\pi$）である。以下の問いに答えよ。

(1) $x<0$ の領域におけるシュレディンガー方程式の一般解 $\psi_1(x)$ が複素定数 A，B，及び k_1 を用いて，

$$\psi_1(x) = A\exp(ik_1x) + B\exp(-ik_1x) \qquad (x<0)$$

で表されるとき，$x \geqq 0$ の領域におけるシュレディンガー方程式の一般解 $\psi_2(x)$ を，複素定数 C，k_2 を用いた指数関数で表せ。ただし，$x \geqq 0$ の領域で負の方向へ進む波はない。また，i は虚数単位（$i=\sqrt{-1}$）である。

(2) 波動関数 ψ に対する x 方向への確率の流れの密度 S_x は，

$$S_x = \frac{-i\hbar}{2m}\left(\psi^* \frac{d\psi}{dx} - \psi\frac{d\psi^*}{dx}\right)$$

で与えられる。ここで，ψ^* は ψ の複素共役である。$x<0$，及び $x \geqq 0$ の各領域における確率の流れの密度 S_{x1}，及び S_{x2} を，それぞれ，$A, B, C, m, \hbar$，k_1，k_2 の中から適切な記号を用いて表せ。

(3) $x=0$ での反射率 R，及び透過率 T を，それぞれ，A, B, C，k_1，k_2 の中から適切な記号を用いて表せ。

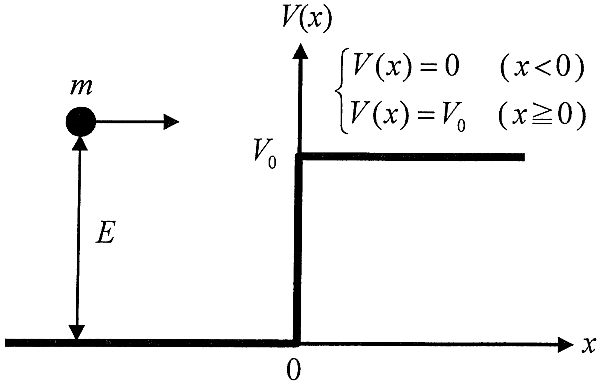


図５

科目名：電気回路と電子回路

以下の各問題において，t [s]は時間，ω [rad/s] は角周波数，V_1 及び V_2 [V]は電圧のフェーザ表示，I_1 及び I_2 [A]は電流のフェーザ表示，Z_1 及び Z_2 [Ω]は素子のインピーダンス，j は虚数単位とする。

7．図６～図８の回路について以下の問いに答えよ。

(1) 図６(a)及び(b)の二つ回路において，①式で定義されるこれらの回路の縦続行列のそれぞれ四つの要素（A，B，C，D）を Z_1 及び Z_2 を用いて表せ。

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \qquad ①$$

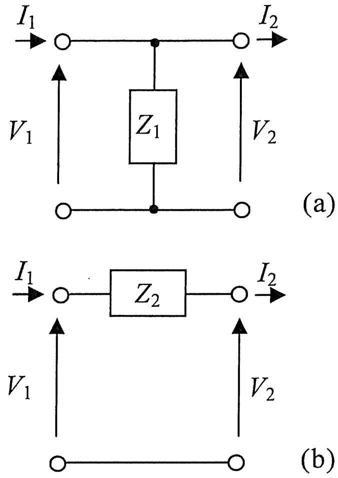


図６

(2) 図７の回路において，①式で定義される縦続行列の四つの要素を Z_1 及び Z_2 を用いて表せ。

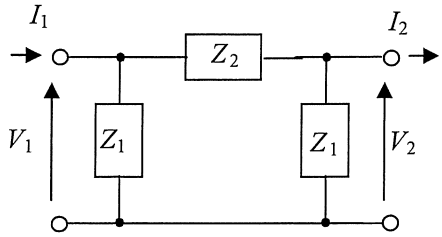
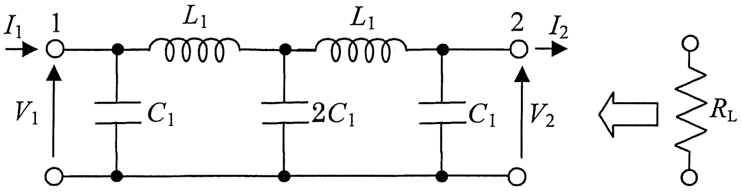


図７

(3) 図８の回路において L_1 [H]はインダクタンス，C_1，$2C_1$ [F]はキャパシタンスの値である。①式で定義されるこの回路の縦続行列の四つの要素を ω，L_1 及び C_1 を用いて表せ。



1’　　図８　　2’

(4) 前問(3)で $\omega = 1/\sqrt{L_1 C_1}$ とし，2-2’端子間に負荷抵抗 R_L[Ω]を接続した時の 1-1’端子間の入力インピーダンス Z_{in}[Ω]を求めよ。また，この回路全体の消費電力 P[W] を V_1 と R_L で表せ。

(5) 前問(4)と同じ条件で，1-1’端子間に正弦波交流電圧 $v_1(t) = 25\sqrt{2}\sin\omega t$ [V] を加えた時の，負荷抵抗 R_L の両端電圧 $v_2(t)$ [V]及びそこを流れる電流 $i_2(t)$ [A]の時間変化の式を示せ。ただし，ここで R_L は 5Ω とする。

8．通常の使用条件においては，演算増幅器は入力抵抗 R_0 [Ω]と差動利得 A の電圧制御電圧源を用いて図９のような等価回路で表現できる。図中 $v_i(t)$ [V] は時間変化する電圧である。この演算増幅器を用いて図１０のような反転増幅器を構成した。以下の問いに答えよ。

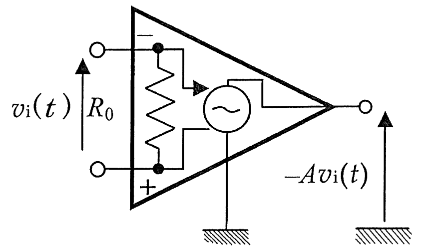


図９

(1) 入力抵抗 R_0 と差動利得 A の電圧制御電圧源を用いて，図１０の反転増幅器全体の等価回路図を描け。ただし，R_0 と A がともに有限な正値であるものとする。

(2) 前問(1)と同じ条件で，図１０の反転増幅器の電圧伝達関数 V_2/V_1 を R_0, A, Z_1 及び Z_2 を用いて表せ。

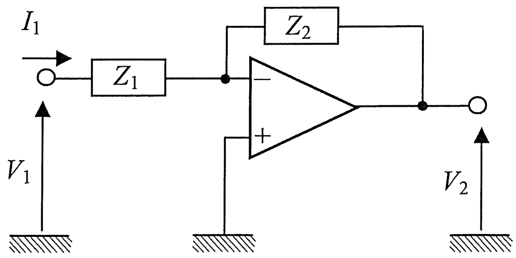


図１０

(3) 前問(2)で求めた電圧伝達関数が $V_2/V_1 = -Z_2/Z_1$ とみなせる条件を示せ。

(4) 前問(3)と同じ条件で，図１０の反転増幅器の入力インピーダンス $Z_{in} = V_1/I_1$ [Ω]は，演算増幅器の入力抵抗 R_0 とは無関係になることを示せ。

(5) 図１０の反転増幅器の入力インピーダンス Z_{in} が 1kΩ（純抵抗），電圧伝達関数 V_2/V_1 が －２となる時の Z_1 と Z_2 の値を求めよ。