

令和2年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
(令和元年8月実施)

【物質化学工学専攻】

基礎科目
(数学, 物理化学)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は3ページです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙に受験番号を正しく記入してください。受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 解答用紙は3枚あります。解答用紙は、数学に1枚、物理化学の大問1つにつき各1枚ずつ使用してください。必要に応じて裏面を使用しても構いません。白紙の場合でも3枚すべて提出してください。
6. 試験終了後、問題冊子および草案用紙は持ち帰ってください。

科目名：数学

解答の過程は省略せずに明示すること。

1. 次の問いに答えよ。

(1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{x+1}}{x-2}$ の極限値を求めよ。

(2) $y = \log(x-1)(x-2)^2$ の導関数を求めよ。

(3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} \right)^2 dx$ の定積分を求めよ。

2. 次の微分方程式を解け。

(1) $\frac{dy}{dx} = xy(y+1) \quad (y \neq 0, -1)$

(2) $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{2x}y = \frac{1}{2} \quad (x > 0)$

(3) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 4y = 0$

科目名：物理化学

【注意事項】以下の問いにおいて、気体定数は $8.314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ ，アボガドロ数は $6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ とする。

1. 次の(1)～(4)の問いに答えよ。

- (1) 単原子分子の完全気体 1 mol の内部エネルギー U は、温度のみの関数であり、絶対温度を T とすると、 $\frac{3}{2}RT$ で与えられる。ここで R は気体定数である。この気体に外部から W の仕事をして、温度 T の単原子分子の完全気体 1 mol を圧縮した。圧縮後の気体の温度 T' を求めよ。なお、圧縮の過程で、気体は外界と熱の交換は行わないものとする。
- (2) 完全気体 1 mol を状態 1 (V_1, T_1) から状態 2 (V_2, T_2) に変化させた。ここで、 V, T はそれぞれ気体の体積と絶対温度である。この過程でのエントロピー変化 ΔS を求めよ。なお、この気体の定容モル熱容量は C_V とする。
- (3) ある液体の 1 atm での沸点は 420 K であり、2 atm での沸点は 460 K であった。この液体の蒸発エンタルピー $\Delta_{\text{vap}}H$ を求めよ。
- (4) 溶液中で起こる $A \rightleftharpoons B$ なる反応がある。この反応の 25°C での標準反応ギブズエネルギーは $-2.20 \text{ kJ mol}^{-1}$ である。初期状態で原料 A の濃度が 1.00 mol L^{-1} だったとき、 25°C での溶液中の A と B の平衡濃度を求めよ。

2. 次の(1)～(3)の問いに答えよ。なお、(2) については計算過程も示し、答えにはアンダーラインを引くこと。

- (1) 気体の分子運動論的モデルについて説明せよ。
- (2) 次の設問 (a) ～ (c) に答えよ。ただし、水素原子、酸素原子のモル質量はそれぞれ 1.01 g mol^{-1} ， 16.0 g mol^{-1} とする。

(a) 40°Cにおける酸素分子の根平均二乗速さと 1 mol 当たりの並進運動エネルギーを求めよ。

(b) 40°Cにおける水素分子の根平均二乗速さは酸素分子の根平均二乗速さの何倍か、求めよ。

(c) 40°Cにおける水素分子の並進運動エネルギーは酸素分子の並進運動エネルギーの何倍か、求めよ。

(3) 格子エンタルピー ΔH はボルン-メイヤールの式,

$$\Delta H = \frac{|z_1 z_2|}{d} \times \frac{N_A e^2}{4\pi\epsilon_0} \times \left(1 - \frac{d^*}{d}\right) \times A$$

で与えられる。ここで z_1, z_2 は電荷数, e は電気素量, ϵ_0 は真空の誘電率, d は隣接イオンの中心間の距離, N_A はアボガドロ数, A はマーデルング定数, d^* は経験的なパラメータである。この式に基づいて, MgO, CaO, SrO の格子エンタルピーを比較すると, MgO が最も大きく, SrO が最も小さい理由を説明せよ。