

令和3年度入学者選抜試験問題 山形大学大学院理工学研究科博士前期課程 (令和2年8月実施)

【機械システム工学専攻】

専門科目

(材料力学, 熱と流体の力学, 運動と力学)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで, この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は, 1ページから5ページまでです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は, 手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 監督者の指示に従って, すべての解答用紙に受験番号を正しく記入してください。受験番号が正しく記入されていない場合は, 採点できないことがあります。
5. 専門科目(3科目)すべてを解答してください。
6. 解答用紙は3枚あります。解答は科目毎に異なる解答用紙を用い, それぞれの解答用紙の「受験科目」欄に, 解答する科目名(「材料力学」, 「熱と流体の力学」, 「運動と力学」のいずれか)を記入してください。また, 解答は表^{おもて}面から記入し, 表^{おもて}面に書ききれない場合は裏面を使用しても構いません。
7. 計算によって答えを求めるときは, その過程も示してください。
8. 試験終了後, 問題冊子および草案用紙は持ち帰ってください。

科目名：材料力学

1. 図1のように、長さ l 、下端 A の幅 b_1 、上端 B の幅 b_2 の台形状の厚さ h_0 の板が、上端 B で剛な天井に固定されている。この板のヤング率は E 、密度は ρ である。重力加速度を g として以下の問いに答えよ。

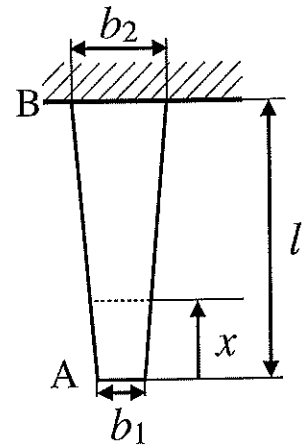


図 1

- (1) 板の下端 A から距離 x の位置における垂直応力 $\sigma(x)$ を求めよ。
- (2) 上端 B に生じる垂直応力を求めよ。
- (3) $b_1 = b_2$ の場合に対する垂直応力 $\sigma(x)$ と板の伸び λ を求めよ。

2. 図2に示すように、支間長 $2l$ の単純支持はりが2点 (DとE) でそれぞれ集中荷重 P を受けている。曲げ剛性 EI は、はり全長にわたって一定とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 支点 A, B からはりが受ける支持反力を図示し、それらの大きさを求めよ。
- (2) せん断力図 (SFD) および曲げモーメント図 (BMD) を描け。それぞれの図には、せん断力と曲げモーメントの最大値・最小値とそれらが発生する位置を明示すること。
- (3) 点 C と点 D におけるたわみを求めよ。
- (4) はりの断面が図3のような長方形断面であるとき、点 C の位置の断面における最大曲げ応力 σ_{cmax} を求めよ。

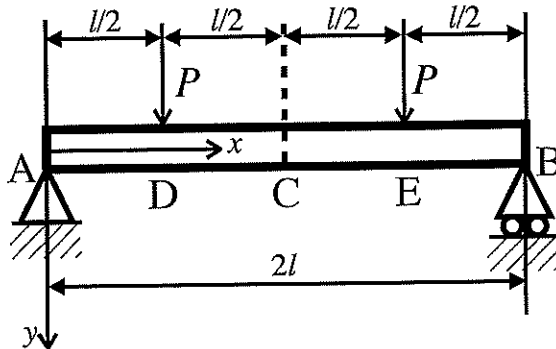


図 2

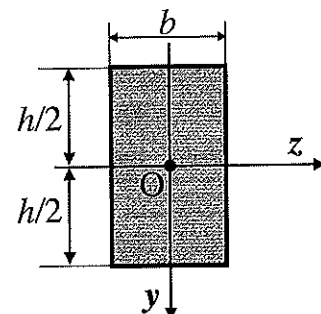


図 3

科目名：熱と流体の力学

1. 図1に示すように、理想気体が状態1(p_1, v_1, T_1)から状態2(p_2, v_2, T_2)まで、可逆的にポリトロープ変化を行ったとする。なお、ポリトロープ比熱 $c_n (= \frac{n-\kappa}{n-1} c_v)$ 、定積比熱 c_v 、ポリトロープ指数 n 、圧力 p 、温度 T 、比内部エネルギー u 、比体積 v 、比熱比 κ とする。

- (1) 状態1から状態2への変化で系が行う絶対仕事 w_{12} を n, u_1, u_2, κ を用いて表せ。
- (2) 状態1から状態2への変化で系が行う工業仕事 w^*_{12} を n, w_{12} を用いて表せ。
- (3) 状態1から状態2への変化で系に供給された熱量 q_{12} を c_n, T_1, T_2 を用いて表せ。

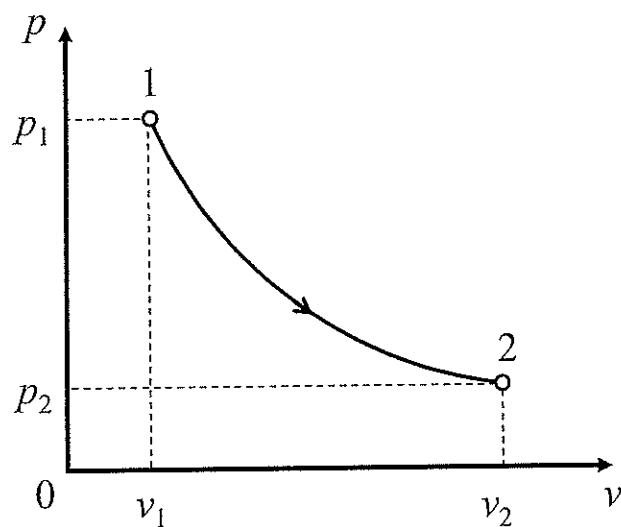


図 1

この科目の問題は次頁に続きます。

2. 密度 ρ [kg/m³] の流体が図 2 に示す高さ $2h$ [m] の水平な二次元流路内を流れている。上流の断面 1 では絶対圧力は p_1 [Pa] で、流速 V_1 [m/s] の一様流れと流速 $2V_1$ [m/s] の一様流れが導かれる。この二つの流れを格子で整流し、断面 2 では絶対圧力は p_2 [Pa] で一様な流速分布にできたとする。また、断面 1 と断面 2 を、密度 ρ_m [kg/m³] の液体を入れたマノメータにつなぐと、液柱差は H [m] であった。さらに、断面 2 と 3 の間で、流路中央に三角柱を設置して物体に働く流体力（抗力）を測定する。下流の断面 3 では絶対圧力は大気圧 p_a [Pa] で、流速は図 2 のように、流路中央では 0 で、上下壁面では V_3 [m/s] となり、この間は直線的に変化する。流れは非圧縮性定常流れで、流路の壁面における摩擦は無視できるとし、次の問いに答えよ。ただし、重力加速度は g [m/s²] とする。

- (1) 断面 2 の絶対圧力 p_2 を p_1 , ρ , ρ_m , g , H を用いて表せ。
- (2) 断面 2 の流速 V_2 と断面 3 の最大流速 V_3 を、それぞれ ρ , h , V_1 から必要な記号を用いて表せ。
- (3) 流体が格子に及ぼす力 F [N]（紙面に垂直方向に単位長さ当たり）は次式で表されることを示せ。ただし、力 F は流れ方向を正とする。

$$F = 2h(\rho_m - \rho)gH + \frac{1}{2}\rho h V_1^2$$

- (4) 流体が三角柱に及ぼす抗力 D [N]（紙面に垂直方向に単位長さ当たり）を ρ , ρ_m , g , H , h , p_1 , p_a , V_1 を用いて表せ。ただし、抗力 D は流れ方向を正とする。

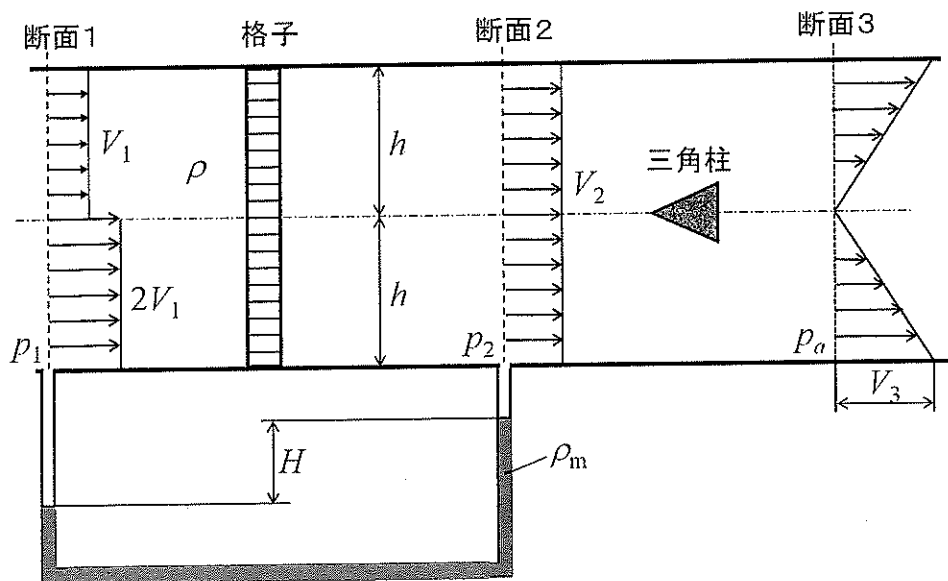


図 2

科目名：運動と力学

水平面に置かれた円柱の中心軸と外周に図1のようにワイヤーを巻き付け、水平方向に一定の張力 T_1 および T_2 で引っ張った。円柱の質量を M 、半径を R 、水平面と円柱の摩擦の大きさを F とする。重力加速度の大きさを g とする。ワイヤーと水平面の干渉は無視してよい。

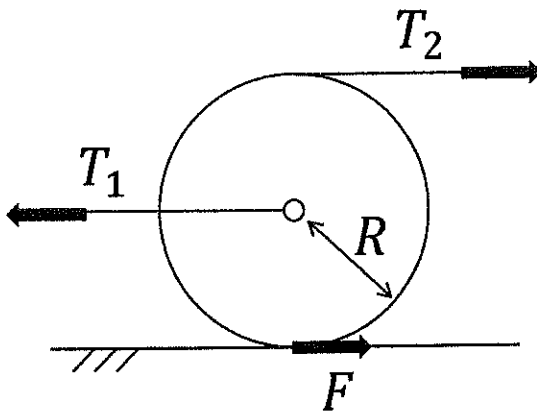


図 1

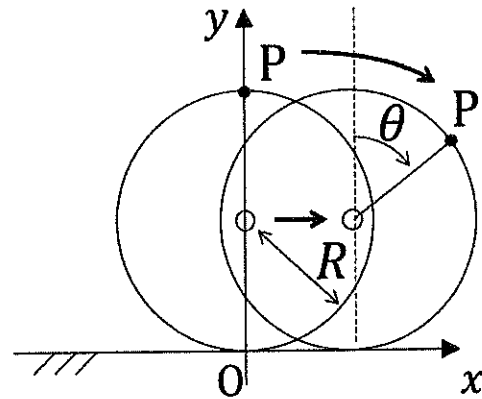


図 2

- (1) 円柱が静止状態にあるとき、張力（大きさ） T_1 および T_2 を、それぞれ摩擦力の大きさ F で表せ。
- (2) 水平面と円柱の静止摩擦係数を μ とする。円柱の静止状態を維持できる張力 T_1 の最大値を求めよ。
- (3) 張力 $T_1 = 0$ とし、 T_2 のみ作用させたところ、円柱は右へ転がりはじめた。このときの時計まわりの角加速度を β とし、円柱の並進および回転の運動方程式を書き、重心の右方向への加速度 a を、 M および T_2 を用いて表せ。円柱の重心まわりの慣性モーメント I を $(MR^2)/2$ とする。水平面と円柱は滑らない。
- (4) 座標軸を図2のとおり設定し、右方向へ転がる円柱の周上の点 P の座標 (x, y) を、回転角 θ および R を用いて表せ。ただし、 $t = 0$ において、 $\theta = 0$ 、 $(x, y) = (0, 2R)$ である。重心の水平方向への移動量は $R\theta$ である。
- (5) 点 P の各軸方向の速度成分 $\dot{x}$ および $\dot{y}$ を、 R 、 θ および回転の角速度 $\dot{\theta}$ を用いて表せ。

- (6) 角加速度が一定と考え、点 P の位置および速度の成分 x, y および $\dot{x}, \dot{y}$ として適切なグラフを、図 3 の ア, イ および図 4 の ウ, エ より選択し答えよ。

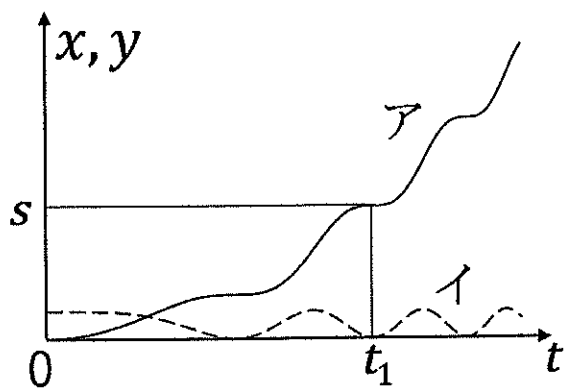


図 3

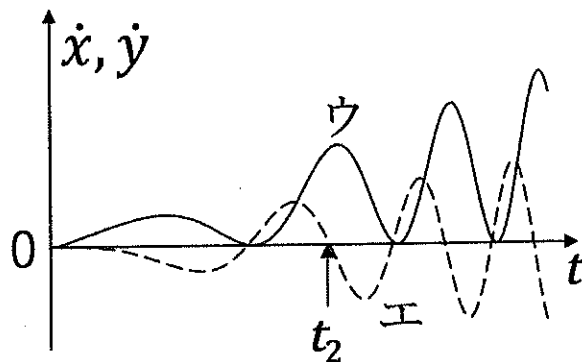


図 4

- (7) 図 3 および図 4 における時刻 t_1 , 座標 s , および時刻 t_2 を、それぞれ角加速度 β および R より必要な記号を用いて表せ。ただし、 $t = 0$ のとき $\dot{x} = \dot{y} = 0$ である。