

平成 28 年度入学者選抜試験問題

工 学 部

(機能高分子工学科, 物質化学工学科, 情報科学科, 電気電子工学科,
機械システム工学科, システム創成工学科)

理 科 (物 理)

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子の本文は、1 ページから 8 ページまでです。
- 3 解答は、物理専用の解答用紙を使用してください。
- 4 問題は [I], [II], [III], [IV] からなっています。解答は問題番号と一致した解答用紙に記入してください。解答用紙は裏面まで使用できます。解答用紙には、計算過程も記入してください。
- 5 すべての解答用紙に大学受験番号を正しく記入してください。大学受験番号が正しくない場合は、採点できないことがあります。
- 6 試験終了後、問題冊子および下書き用紙は持ち帰ってください。

[I]

次の文章を読んで、以下の問い合わせに答えよ。解答は、小問番号 (1), (2), ⋯, (9) を明記し、途中の計算過程も記入して、答えに下線を引くこと。

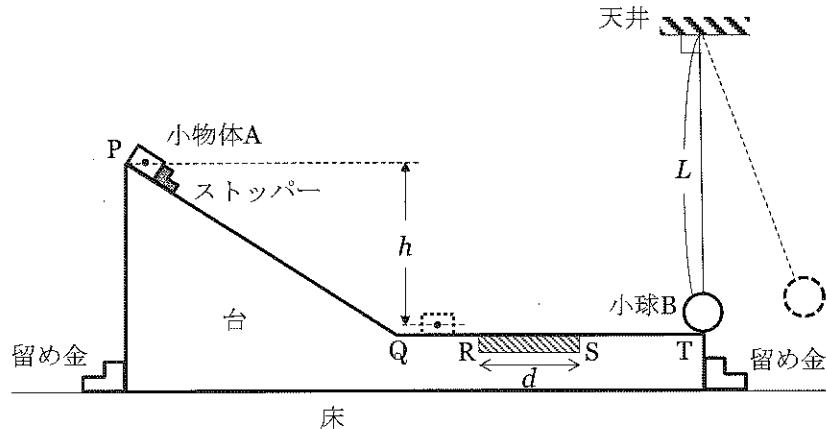


図 1

図 1 のように、水平でなめらかな床面上に台が置かれ、留め金で固定されている。この台の上面では、斜面 PQ と水平面 QT がなめらかにつながっており、区間 RS だけあらく摩擦がある。はじめ、小物体 A は、台上の水平面から高さ h [m] にある斜面上の点 P に置かれ、ストッパーで固定されている。また、小球 B は天井から長さ L [m] の糸でつり下げられ、点 T に接している。ストッパーを外すと小物体 A は斜面をすべり、区間 RS を通過した後、点 T で静止していた小球 B に衝突した。台、小物体 A、小球 B の質量は、それぞれ M [kg], m_A [kg], m_B [kg] ($m_A < m_B$) である。重力加速度の大きさを g [m/s²] とし、糸の質量および小物体 A と小球 B の大きさは無視できるものとする。また、区間 RS の長さを d [m]、動摩擦係数を μ' とする。ただし、速度は図の右向きを正とする。

- (1) 小物体 A が斜面をすべり、点 R に達する直前の速度 v_{A1} [m/s] を、 g, h を用いて表せ。
- (2) 小球 B に衝突する直前の小物体 A の速度 v_{A2} [m/s] を、 μ', d, g, h を用いて表せ。
- (3) 衝突後、小球 B は単振り子の運動を始め、小物体 A は点 T で静止した。衝突直後の小球 B の速度を v_{B3} [m/s]、小物体 A と小球 B の間の反発係数を e とする。 v_{B3} と e を、それぞれ m_A, m_B, v_{A2} の中から必要な記号を用いて表せ。

衝突後、単振り子の運動を始めた小球 B は、最高点に到達した後、台上の点 T に戻り、静止していた小物体 A と 2 回目の衝突をした。ただし、1 回目の衝突で小球 B が動き出してから 2 回目の衝突が起こるまでの間に台の留め金を外した。2 回目の衝突後、図 2 のように小物体 A は台に対して左向きに運動を始め、区間 SR の途中で台に対して静止した。

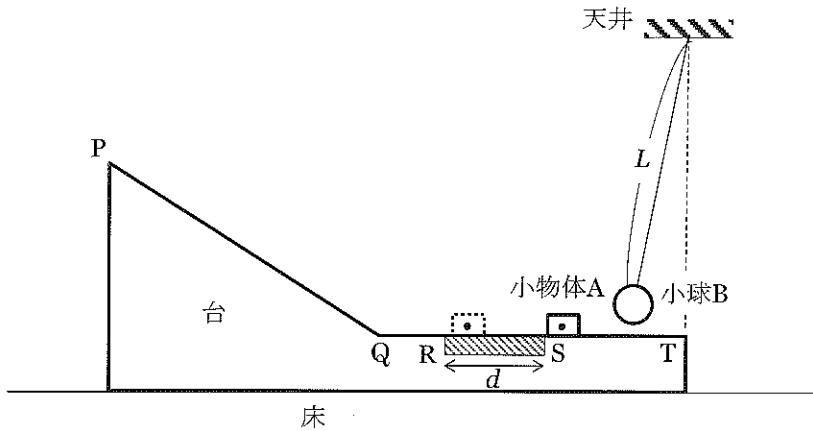


図 2

- (4) 1回目の衝突が起きてから2回目の衝突が起こるまでの時間 t_1 [s] を, 円周率 π と g, m_A, m_B, L の中から必要な記号を用いて表せ。
- (5) 2回目の衝突直後的小物体Aの速度 v_{A4} [m/s] を, 速度の向きに注意して, e, m_A, m_B, v_{B3} を用いて表せ。
- (6) 2回目の衝突後, 小物体Aは, 区間TSを等速運動した後, 区間SRに達する。区間SRでの小物体Aと台の運動として適切なものを以下の選択肢から一つ選べ。
 - (ア) 小物体Aは, 台から右向きに摩擦力を受ける。一方, 台は, 小物体Aから左向きに摩擦力を受ける。その結果, 台は床に対して右向きに運動する。
 - (イ) 小物体Aは, 台から右向きに摩擦力を受ける。一方, 台は, 小物体Aから左向きに摩擦力を受ける。その結果, 台は床に対して左向きに運動する。
 - (ウ) 小物体Aは, 台から左向きに摩擦力を受ける。一方, 台は, 小物体Aから右向きに摩擦力を受ける。その結果, 台は床に対して左向きに運動する。
 - (エ) 小物体Aは, 台から左向きに摩擦力を受ける。一方, 台は, 小物体Aから右向きに摩擦力を受ける。その結果, 台は床に対して右向きに運動する。
- (7) 2回目の衝突後, 小物体Aが区間SRを運動しているとき, 床に対する小物体Aの加速度 α [m/s²], および床に対する台の加速度 β [m/s²] を, それぞれ μ', g, m_A, M の中から必要な記号を用いて表せ。
- (8) 2回目の衝突後, 小物体Aが点Sを通過してから台に対して静止するまでの時間 t_2 [s] を, μ', g, m_A, v_{A4}, M を用いて表せ。
- (9) 2回目の衝突直後から, 小物体Aが台に対して静止するまでに, 小物体Aと台の両者から失われた力学的エネルギーの総和 E [J] を, m_A, v_{A4}, M を用いて表せ。

[II]

次の文章を読んで、以下の問い合わせに答えよ。解答は、小問番号 (1), (2), …, (9) を明記し、途中の計算過程も記入して、答えに下線を引くこと。なお、数値の有効数字は2桁とする。

[A] 導体中の自由電子の運動とオームの法則との関係について考える。図1のように、断面の半径が r [m] で、長さが L [m] の円柱状の導体中に、電気量 $-e$ [C] ($e > 0$) の自由電子が単位体積あたり n 個で一様に分布している。この導体の両端に電圧 V [V] を加えたとき、導体内には一様な電界(電場)が生じる。その電界の強さ E [V/m] を、 L, V を用いて表すと、式(1)のようになる。

$$E = \boxed{\text{あ}} \quad \text{式 (1)}$$

自由電子はこの電界によって力を受けて加速され、電界の向きとは逆方向に移動する。この力の大きさ F_1 [N] は、 e, L, V を用いて式(2)で表すことができる。

$$F_1 = \boxed{\text{い}} \quad \text{式 (2)}$$

一方、自由電子は導体内の熱振動する陽イオン(正イオン)との衝突による抵抗力を受けて減速する。この抵抗力が自由電子の移動する速さ v [m/s] に比例すると仮定すると、その大きさ F_2 [N] は、比例定数を k として、

$$F_2 = kv \quad \text{式 (3)}$$

と表すことができる。 F_1 と F_2 がつり合うという条件から、 v を e, k, L, V を用いて表すと、式(4)のようになる。

$$v = \boxed{\text{う}} \quad \text{式 (4)}$$

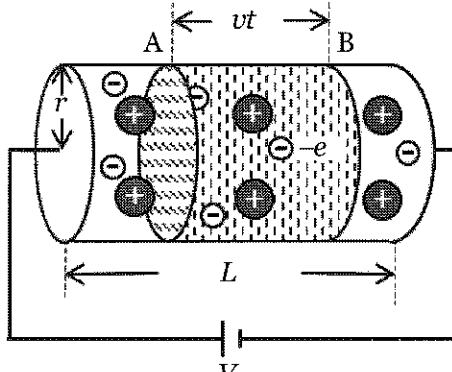


図1

次に、図1の断面Aを時間 t [s] の間に通過する自由電子の数を考える。これらの自由電子は断面Aとそこから vt [m] 離れた断面Bとの間の円柱形の領域に含まれており、その体積から自由電子の個数は $\boxed{\text{①}}$ 個となる。したがって、AB間の領域にある自由電子の電気量の合計は、 $-e \cdot \boxed{\text{①}}$ [C] となる。単位時間あたりに断面Aを通過する電気量の大きさが電流の大きさ I [A] なので、

$$I = \boxed{\text{②}} \quad \text{式 (5)}$$

のようになる。式(5)に式(4)の v を代入すると、

$$I = \boxed{\text{③}} \cdot V \quad \text{式 (6)}$$

となり、電流 I と電圧 V が比例するオームの法則が導かれる。

- (1) 空欄 あ ~ う に入る適切な式を、それぞれ指定された文字を用いて表せ。
- (2) 空欄 ① ~ ③ に入る適切な式を、円周率 π と e, k, n, r, t, v, L の中から必要なものを用いて表せ。
- (3) 図 1 の導体を、同じ材質で半径が $2r$ [m]、長さが L のものにとりかえた場合、電流は元の電流 I の何倍になるか答えよ。

[B] 電気容量 $C = 2.0 \mu\text{F}$ のコンデンサー、 $R_1 = 2.0 \Omega$ と $R_2 = 4.0 \Omega$ の 2 種類の抵抗、および豆電球 P を用意した。図 2 は豆電球 P にかかる電圧と流れる電流の関係を示したものである。これらと起電力 $V_0 = 5.0 \text{ V}$ の電池をつないで、図 3(a) および(b) のような回路を作った。電池の内部抵抗は無視する。

まず、図 3(a) の回路について考える。

- (4) 電池から流れ出る電流 I_1 [A] の値を求めよ。
- (5) 3 個の抵抗で消費される電力の合計 P_1 [W] の値を求めよ。

次に、図 3(b) の回路について考える。はじめ、コンデンサーに電荷はないものとする。

- (6) スイッチ S を閉じた直後、電池から流れ出る電流 I_2 [A] の値を求めよ。

スイッチ S を閉じてから十分に時間が経過した後のことを考える。

- (7) 豆電球 P にかかる電圧を V_P [V] とするとき、電池から流れ出る電流 I'_2 [A] を、 R_1, V_0, V_P を用いて表せ。
- (8) 電流 I'_2 の値として最も適切なものを、次の (ア) ~ (オ) の中から一つ選んで記号で答えよ。

(ア) 1.1 (イ) 1.5 (ウ) 1.7 (エ) 2.1 (オ) 3.1

- (9) コンデンサーに蓄えられた電気量 Q [C] の値を求めよ。

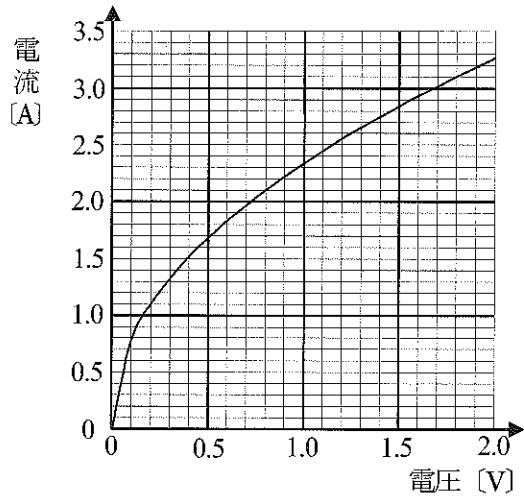


図 2

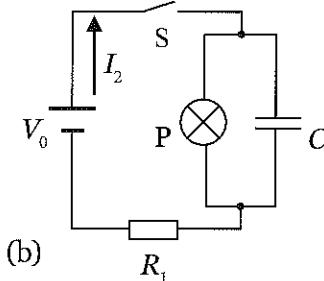
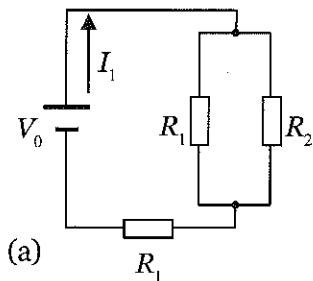


図 3

[III]

次の文章を読んで、以下の問い合わせに答えよ。解答は、小問番号 (1), (2), …, (9) を明記し、途中の計算過程も記入して、答えに下線を引くこと。

[A] 気体分子の運動から、理想気体の状態方程式について考える。図1(a)のように、1辺の長さが a [m] のなめらかな壁をもつ立方体の容器に、質量 m [kg] の单原子分子 N 個からなる理想気体が入っている。分子は他の分子とは衝突せず等速直線運動を行い、容器の壁面とだけ弾性衝突するものとする。図1(a)で x 軸に垂直な斜線部を壁 S とする。図1(b)のように、壁 S に衝突する前の分子の速度を \vec{v} [m/s] とし、 \vec{v} の x , y , z 軸方向の成分をそれぞれ v_x [m/s], v_y [m/s], v_z [m/s] とする。 N 個の分子は特定の方向にかたよることなく不規則に運動をしているので、どの方向においても、その速度成分の2乗を平均した値は等しく、 $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$ と考えることができる。分子の速さの2乗の平均値 $\overline{v^2}$ については、 $\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$ の関係が成り立つ。

- (1) 1 個の分子が壁 S と 1 回衝突するときに与える力積の大きさ $f\Delta t$ [N · s] を、 m , v_x を用いて表せ。
- (2) 1 個の分子が壁 S と衝突してから再び同じ壁 S と衝突するまでの時間 t [s] を、 a , v_x を用いて表せ。
- (3) 壁 S が 1 個の分子から受ける力の大きさを時間的に平均した値 \bar{f} [N] を、 a , m , v_x を用いて表せ。
- (4) $\overline{v^2}$ と v_x^2 の関係および小問(3)の結果に注意して、容器内の気体の圧力 p [Pa] を、 a , m , $\overline{v^2}$, N を用いて表せ。
- (5) 気体定数を R [J/(mol · K)], アボガドロ数を N_A とすると、ボルツマン定数 k_B [J/K] は、 $k_B = \frac{R}{N_A}$ の関係式で与えられる。一方、気体の絶対温度を T [K] とすると、分子 1 個あたりの平均運動エネルギーは $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}k_B T$ と表される。これらの関係に注意して、気体の圧力 p を、気体のモル数 n [mol] および a , R , T を用いて表せ。

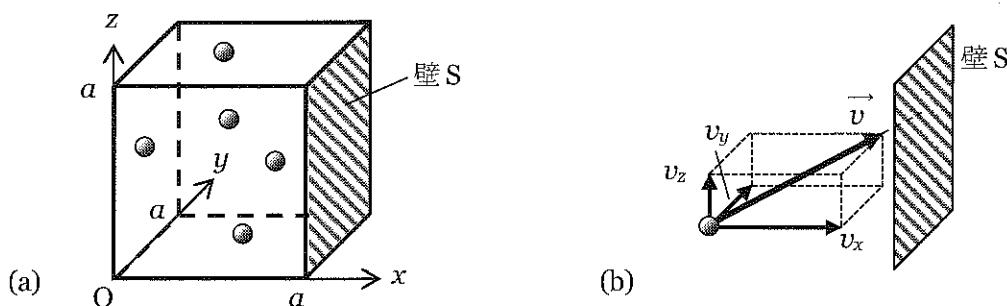


図 1

[B] 図2(a)のように、断熱材で囲まれた断面積 A [m^2]のシリンダーが水平な床面に固定されている。シリンダー内には、なめらかに動く断熱されたピストンにより、 n_0 [mol]の単原子分子理想気体が閉じ込められている。ピストンは、右側の壁とばね定数 k [N/m]のばねで結合されている。シリンダーの外側は大気圧 p_A [Pa]、温度は T_0 [K]である。ピストンの位置を、シリンダーの左側の壁(原点O)を基準とする x 座標で表すと、はじめ、ピストンは $x=x_0$ [m]の位置にあり、ばねは自然長よりも縮んだ状態にあった。このとき、シリンダー内の圧力は p_0 [Pa] ($p_0 > p_A$)、温度は T_0 であった。次に、シリンダーの断熱材の一部を取り、温度 T_1 [K] ($T_1 < T_0$)の低温熱源を接触させ、十分に時間をおいたところ、図2(b)のように、ばねは自然長になって、ピストンは位置 $x=x_1$ [m]で静止し、シリンダー内の圧力は p_A 、温度は T_1 となった。

- (6) ピストンが $x=x_0$ の位置にあるとき、シリンダー内の圧力 p_0 を、 k, p_A, x_0, x_1, A を用いて表せ。
- (7) ピストンが $x=x_0$ から $x=x_1$ に移動する前後でのシリンダー内の温度差 $T_1 - T_0$ を、気体定数 R および $n_0, p_0, p_A, x_0, x_1, A$ を用いて表せ。
- (8) ピストンが $x=x_0$ から $x=x_1$ に移動したときに、ピストンが気体にした仕事 W [J]を、 k, p_A, x_0, x_1, A を用いて表せ。
- (9) 低温熱源との接触によって気体から放出された熱量 Q [J]を、 $k, n_0, p_A, x_0, x_1, A, R, T_0, T_1$ を用いて表せ。

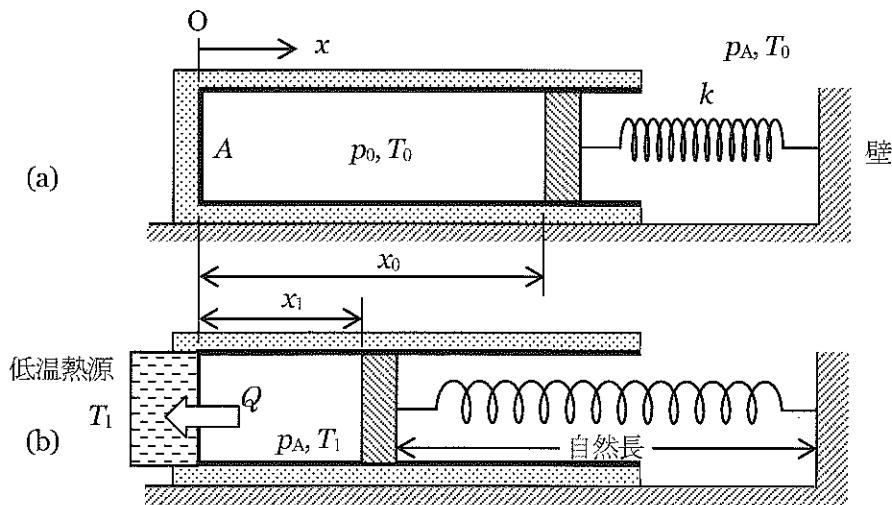


図2

[IV]

次の文章を読んで、以下の問い合わせに答えよ。解答は、小問番号 (1), (2), …, (9) を明記し、途中の計算過程も記入して、答えに下線を引くこと。真空中の光の速さは $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$, プランク定数の値は $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ とする。また、数値の有効数字は 2 桁とする。

[A] 光は波動であると同時に粒子（光子）としての性質ももつ。これを確かめるために、真空中で波長 $\lambda = 3.0 \times 10^{-7} \text{ m}$ の光を、ある金属に照射して光電効果の実験を行った。

- (1) 照射した光の振動数 $f [\text{Hz}]$ の値を求めよ。
- (2) 光子 1 個のエネルギー $E [\text{J}]$ を、光の波長 $\lambda [\text{m}]$, 光の速さ $c [\text{m/s}]$, およびプランク定数 $h [\text{J} \cdot \text{s}]$ を用いた式で表せ。
- (3) 照射した光の光子 1 個がもっているエネルギー $E_1 [\text{J}]$ の数値を求めよ。
- (4) この実験に使用した金属の限界振動数は $4.4 \times 10^{14} \text{ Hz}$ であった。この金属の仕事関数 $W [\text{J}]$ の値を求めよ。
- (5) 金属から放出される電子（光電子）の運動エネルギーの最大値 $E_m [\text{J}]$ を計算せよ。

[B] ポアの水素原子モデルによれば、電気量 $+e [\text{C}]$ の原子核のまわりを等速円運動する電気量 $-e [\text{C}]$ の電子の軌道半径 $r_n [\text{m}]$ とエネルギー $E_n [\text{J}]$ は、 n を正の整数として、次のように表される。

$$r_n = \frac{h^2}{4\pi^2 m k_0 e^2} \cdot n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$E_n = -\frac{2\pi^2 m (k_0 e^2)^2}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

ただし、 h はプランク定数、 $k_0 [\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2]$ はクーロンの法則の定数、 $m [\text{kg}]$ は電子の質量である。また、 $n=1$ の状態（基底状態）の軌道半径 $r_1 [\text{m}]$ を水素原子のボーア半径と呼ぶ。

- (6) 原子番号が Z の原子では、中心に電気量が $+Ze [\text{C}]$ の原子核がある。その核のまわりを $-e$ の電気量をもつ電子が 1 個だけ回っている場合を考える。原子核と電子の距離を $r [\text{m}]$ とすると、原子核と電子の間に働くクーロン力の大きさは、水素原子の場合の $\frac{k_0 e^2}{r^2} [\text{N}]$ から、 $\frac{k_0 Ze^2}{r^2} [\text{N}]$ に変化する。この場合にボーアのモデルをそのまま適用すると、電子の軌道半径 $r_{Zn} [\text{m}]$ とエネルギー $E_{Zn} [\text{J}]$ はどうなるか。 r_{Zn} と E_{Zn} を、それぞれ円周率 π と e, h, k_0, m, n, Z を用いて表せ。
- (7) 小問(6)において、中心に $Z=6$ の炭素の原子核がある場合に、 $n=1$ の状態における軌道半径 $r_{Z1} [\text{m}]$ を、水素原子のボーア半径 r_1 を用いて表せ。

- (8) 基底状態にある水素原子をイオン化するために必要な電離エネルギーは 13.6 eV である。小問(6)において、中心に炭素の原子核がある場合の電離エネルギー E_c [eV] の値を求めよ。

ミューオン（ミュー粒子）は $-e$ の電気量をもつ素粒子で、質量が電子の 207 倍であることを除けば電子と同じ性質をもつ。このため電子と同じように原子核のまわりを回る。（この状態はミューオン原子と呼ばれる。）

- (9) 炭素の原子核のまわりを 1 個のミューオンが回っている。ボーアのモデルの考え方を適用した場合に、このミューオン原子の $n=1$ の状態におけるミューオンの軌道半径 r_μ [m] を、水素原子のボーア半径 r_1 を用いて表せ。ただし、炭素の原子核のまわりを回っている電子による影響は無視できるものとする。