

平成26年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
(平成25年8月実施)

【情報科学専攻】

基礎科目
(数学)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は、1ページのみです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙に受験番号を正しく記入してください。受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 解答用紙は3枚あります。問題1、問題2、問題3のそれぞれに対して解答用紙1枚ずつに解答を記入してください。必要に応じて裏面を使用しても構いません。白紙の場合でも3枚すべて提出してください。
6. 解答にあたっては、どの問題に対する解答かわかるように、試験開始後、解答用紙の「受験科目」の欄に問題番号も含む形で数学1、数学2、数学3のように記入してください。また、必要に応じて導出過程も記入してください。
7. 試験終了後、問題冊子及び草案用紙は持ち帰ってください。

科目名：数学

1. 次の問いに答えよ.

- (1) 微分方程式 $y' + y = x^2$ の一般解を求めよ.
- (2) 正則関数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ ($z = x + iy$) の虚部を $v = 2x^2 - 2y^2$ とするとき, $f(z)$ を求めよ. ただし, i は虚数単位とする.
- (3) 連続型確率変数 X の確率密度関数を

$$f_X(x) = \begin{cases} 5\exp(-5x) & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

とする. このとき, X の期待値 $E(X)$ を求めよ.

2. 行列 $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 & 6 \\ 2 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ について, 次の問いに答えよ.

- (1) 行列式 $|A|$ を求めよ.
- (2) A の全ての固有値と対応する固有ベクトルを求めよ.
- (3) A が対角化可能かどうか調べよ. また, 対角化可能であるならば, A を $P^{-1}AP$ により対角化する正則行列 P を 1 つ求めよ.

3. 複素関数 $f(z) = \frac{e^z}{z^2}$, $g(z) = \frac{e^z}{(z-1)(z-3)}$ について, 次の問いに答えよ.

- (1) $f(z)$ を $z = 0$ のまわりでローラン展開せよ.
- (2) $g(z)$ の特異点を全て求め, それらにおける留数を求めよ.
- (3) 複素平面上の閉曲線 $C: |z| = 4$ に対して, $\oint_C g(z) dz$ を求めよ.