平成２７年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
（平成２６年８月実施）

【電気電子工学専攻】

基礎科目

（数学）

注意事項

１．試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

２．この問題冊子の本文は，１ページから３ページまでです。

３．試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせて下さい。

４．監督者の指示に従って，すべての解答用紙に受験番号を正しく記入して下さい。受験番号が正しく記入されていない場合は，採点できないことがあります。

５．解答用紙は４枚あります。１問につき１枚です。解答用紙の解答番号と問題番号を一致させて解答して下さい。一致していない場合は，採点できません。

６．解答は，解答用紙のおもて面にのみ記入して下さい。

７．必要に応じて計算過程も記入して下さい。

８．解答用紙は全て提出して下さい。

９．試験終了後，問題冊子及び草案用紙は持ち帰って下さい。

基礎科目：数学

1. 次の行列Aについて，以下の問いに答えよ。

$$A=\begin{pmatrix}2 & -2 & 2\\ 1 & 1 & 0\\ 1 & 3 & -2\end{pmatrix}$$

(1) 行列Aの行列式$|A|$を求めよ。

(2) $\mathbf{x}=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}$， $\mathbf{b}=\begin{pmatrix}-4\\ 3\\ 9\end{pmatrix}$として， $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$を満たす$\mathbf{x}$を求めよ。

(3) 単位行列を$E=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$とする。$(\lambda E-A)\mathbf{x}=\mathbf{0}$のとき，$\mathbf{x}=\mathbf{0}$でない$\mathbf{x}$の解が存在するための$\lambda$をすべて求めよ。

2. Zを以下で定義される複素数とする。

$$Z=\frac{4}{1+\mathrm{j}\sqrt{3}}$$

ただし，$\mathrm{j}=\sqrt{-1}$とする。以下の問いに答えよ。

(1) Zを極形式$re^{\mathrm{j}\theta}$で表せ。ただし，偏角θは$-\pi<\theta\leq\pi$ [rad]とする。

(2) Z^{10}を極形式で表せ。ただし，偏角θは$-\pi<\theta\leq\pi$ [rad]とする。

(3) Z^{10}の実部と虚部を求めよ。

3. 関数$f(t)$を次のように定義する。以下の問いに答えよ。

$$f(t)=\begin{cases} e^{-a|t|} & (t>0) \\ -e^{-a|t|} & (t<0) \end{cases}$$

ここでaは実定数で，$a>0$とする。

(1) 関数$f(t)$のフーリエ変換$F(\omega)$を求めよ。ただし，フーリエ変換は以下の式で定義されるものとする。

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-\mathrm{j}\omega t}dt \quad ただし，\mathrm{j}=\sqrt{-1}である。$$

(2) 符号関数$\mathrm{sgn}(t)$は以下の式で定義される。

$$\mathrm{sgn}(t)=\begin{cases} +1 & (t>0) \\ -1 & (t<0) \end{cases}$$

$\mathrm{sgn}(t)=\lim_{a\to 0} f(t)$であることを利用して，$\mathrm{sgn}(t)$のフーリエ変換$\mathrm{Sgn}(\omega)$を求めよ。

(3) 以下の式で定義される関数

$$u(t)=\begin{cases} 1 & (t>0) \\ 0 & (t<0) \end{cases}$$

は，$\mathrm{sgn}(t)$を使って$u(t)=\frac{1}{2}\{1+\mathrm{sgn}(t)\}$と表せることを利用して，$u(t)$のフーリエ変換$U(\omega)$を，$\mathrm{Sgn}(\omega)$を含む式の形で書け。なお，定数1のフーリエ変換は$2\pi\delta(\omega)$であることを利用してよい。

(4) 上の(2)，(3)で求めた結果を利用して，$u(t)$のフーリエ変換$U(\omega)$を求めよ。

4. $t \geq 0$ で定義された関数 $x(t)$ に関する以下の微分方程式がある。これを，ラプラス変換を使って解く。

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2}+6\frac{dx(t)}{dt}+9x(t)=3 \quad ただし，\ x(0)=0，\ x'(0)=0 とする。$$

以下の問いに答えよ。ここで，$t \geq 0$ で定義された関数 $f(t)$ のラプラス変換 $F(s)$ は以下の式で定義する.

$$F(s)=\int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt$$

(1) $t \geq 0$ で定義された関数 $g(t)=t$ のラプラス変換 $G(s)$ は以下の式で表される。

$$G(s)=\frac{1}{s^2} \qquad ただし，\ \mathrm{Re}(s)>0 である。$$

このことを利用して，$t \geq 0$ で定義された次の関数 $h(t)$ のラプラス変換 $H(s)$ を求めよ。

$$h(t)=te^{-\alpha t}$$

(2) $x(t)$ のラプラス変換を $X(s)$ と書くこととし，上記の微分方程式の両辺をラプラス変換し，$X(s)$ について解け。

(3) (2)で求めた $X(s)$ を部分分数に展開せよ。

(4) $X(s)$ の極をすべて求めよ。

(5) $X(s)$ をラプラス逆変換して，微分方程式の解を求めよ。