

平成 27 年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
(平成 26 年 8 月実施)

【電気電子工学専攻】

専門科目 2

(電子物性と量子物理)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は、1 ページから 2 ページまでです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせて下さい。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙に受験番号を正しく記入して下さい。受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 解答用紙は 4 枚あります。解答用紙の「受験科目」欄には、既に「電子物性と量子物理」が記入されています。解答用紙の解答番号と問題番号を一致させて、解答して下さい。一致していない場合は、採点できません。
6. 解答は、解答用紙のおもて面にのみ記入して下さい。
7. 必要に応じて計算過程も記入して下さい。
8. 解答用紙は全て提出して下さい。
9. 試験終了後、問題冊子及び草案用紙は持ち帰って下さい。

専門科目 2 : 電子物性と量子物理

解答は導出過程も示すこと。数値を求める問題では有効数字 3 桁で解答し、単位も明記せよ。必要に応じて次の物理定数を用いること。なお、 π は 3.141592 とする。

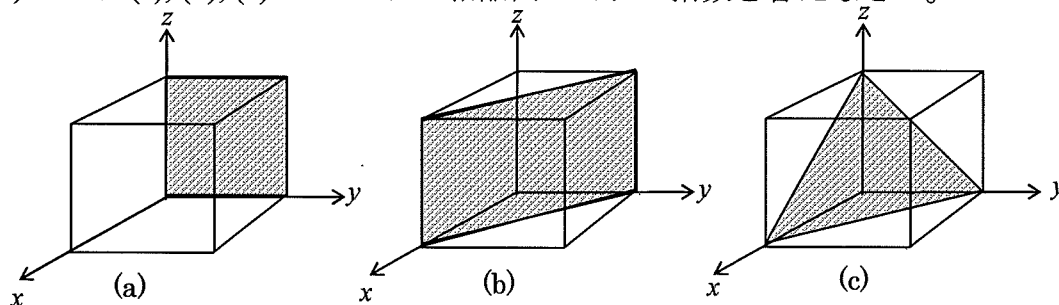
真空中の光速度	$c = 2.998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$	ボルツマン定数	$k_B = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
アボガドロ数	$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	真空の透磁率	$\mu_0 = 1.257 \times 10^{-6} \text{ H m}^{-1}$
プランク定数	$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$	電子の静止質量	$m_0 = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
真空の誘電率	$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$	電子の電荷	$-e = -1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$

1. 石英ガラスファイバーを使った光通信の光源として使われる半導体レーザーは 0.800 eV の光子を放出する。以下の問いに答えよ。

- (1) このレーザーが放出する光の振動数を求めよ。
- (2) この光の真空中における波長を求めよ。
- (3) 屈折率が 1.500 である石英ガラスファイバー中での波長を求めよ。

2. 単純立方格子の場合について、次の問題に答えなさい。

(1) 下の図(a), (b), (c) で示された結晶面のミラー指数を答えなさい。



- (2) 格子定数が a であるとき、(100)面の格子面間隔と、(110)面の格子面間隔を求めよ。
- (3) X 線回折における、ブラッグの回折条件(ブラッグの法則)は、

$$n\lambda = 2d\sin\theta \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$$

で与えられる。但し、 θ は回折角、 d は格子面間隔、 λ は X 線の波長である。 $n=1$ の場合、(100)面からの回折角 θ_1 と、(110)面からの回折角 θ_2 の間の関係を求めよ。

- (4) 単純立方格子を持つポロニウム(原子番号 84 の元素)の結晶に対して X 線回折測定を行ったところ、回折角 $\theta_A = 13.31^\circ$ ($\sin\theta_A = 0.2301$) に最初の回折が見られた。 $(\theta < \theta_A$ には回折ピークは見られなかった。) 格子定数 a を求めよ。但し、X 線の波長 λ は 0.1542 nm とする。

3. 一次元のポテンシャル $V(x) = \frac{1}{2}kx^2$ の中を運動する質量 m の電子の波動関数を求めたところ $\psi(x) = A \exp\left(-\frac{\sqrt{km}}{2\hbar}x^2\right)$ となった。この波動関数を持つ電子のエネルギー E を以下のように求めよ。但し、 A および k は正の定数、 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ である。

(1) $\psi(x)$ を x で 2 階微分して $\frac{d^2\psi}{dx^2}$ を求めよ。

(2) 一次元の時間に依存しないシュレディンガー方程式は次式で与えられる。

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

これに波動関数とポテンシャルを代入することにより、エネルギー E を求めよ。

4. 右の図に示すような無限障壁一次元井戸型ポテ

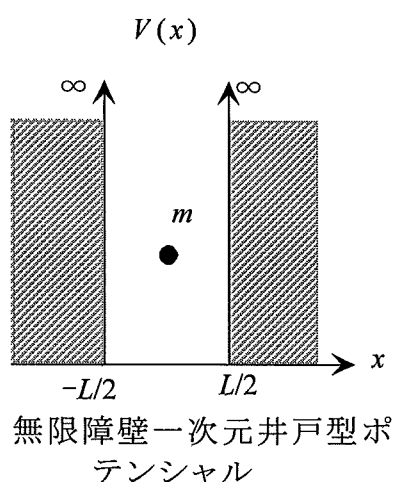
ンシャル ($V(x) = \infty$ ($x < -L/2$, $L/2 < x$), $V(x) = 0$ ($-L/2 \leq x \leq L/2$)) 中の質量 m の電子では、 n 番目の準位の波動関数は次式で、

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad (n = 1, 3, 5, \dots)$$

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad (n = 2, 4, 6, \dots)$$

またエネルギーは次式で与えられる。

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$



(1) $n = 1, 2$ の場合について波動関数の概略をグラフに描け。

(2) $n = 1, 2$ の場合について電子の存在確率密度の概略をグラフに描け。

(3) $L = 10.00 \text{ nm}$ の場合について $n = 1$ の準位にある電子のエネルギーを計算せよ。但し電子の質量は静止質量 m_0 を用いよ。

(4) 6 個の電子がエネルギーの小さい準位から占有していく場合に、各準位を電子がどのように占有するか、例を参考にして図示せよ。但しスピン上向きの電子は $\uparrow$ ，下向きの電子は $\downarrow$ と描け。

例 電子 1 個の場合

E_3 _____

E_2 _____

E_1 _____ $\uparrow$