

平成27年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
(平成26年8月実施)

【機械システム工学専攻】

基礎科目
(数学)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は、1ページから2ページまでです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 監督者の指示に従って、解答用紙に受験番号を正しく記入してください。
受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 解答は所定の用紙の表^{おもて}に記入してください。表^{おもて}に書ききれない場合は裏面を使用しても構いません。
6. 計算によって答えを求めるときは、その過程も示してください。
7. 試験終了後、問題冊子及び草案用紙は持ち帰ってください。

科目名：数 学

本科目の問題は3題あります。以下の3題をすべて解答して下さい。

1. 次の問いに答えよ。

(1) 行列 $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ。

(2) 実数 t の関数 $f(t) = e^{-kt} \sin \omega t$ のラプラス変換

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad \text{を求めよ。}$$

ただし、 k 、 ω は正の実定数、 s は複素数で $\operatorname{Re}(s+k) > 0$ とする。

(3) 領域 $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$ 上の二重積分

$$I = \iint_D (x^2 + y^2) dx dy \quad \text{を求めよ。ただし、} a, b \text{ は正の定数である。}$$

2. $y = y(x)$ に関する微分方程式

$$\frac{dy}{dx} + y \sinh x = \sinh x \cosh x \quad \cdots \textcircled{1}$$

について、次の問いに答えよ。

(1) $y = a \sinh x + b \cosh x + c$ が式①の特殊解となるように、実定数 a 、 b 、 c の値を定めよ。

(2) $\int \sinh x dx$ を求めよ。

(3) 式①の一般解 y を求めよ。

(4) 式①の一般解について、 $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} y$ を求めよ。

3. 実数 x, y に関する関数 $f(x, y) = xye^{-(x+y)}$ について, 次の問いに答えよ。

(1) 偏導関数 f_x, f_y および 2 次偏導関数 f_{xx}, f_{yy}, f_{xy} をそれぞれ求めよ。

(2) $f_x(a, b) = f_y(a, b) = 0$ を満たす点 (a, b) を関数 $f(x, y)$ の停留点という。停留点をすべて求めよ。

(3) 関数 $f(x, y)$ の極値をすべて求めよ。また, その極値が極大値であるか, 極小値であるかを答えよ。