

平成28年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
(平成27年8月実施)

【情報科学専攻】

基礎科目
(数学)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は、1ページです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 解答用紙は3枚あります。問題1、問題2、問題3のそれぞれに対して解答用紙1枚ずつに解答を記入してください。必要に応じて裏面を使用しても構いません。白紙の場合でも3枚すべて提出してください。
5. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙に受験番号を正しく記入してください。受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
6. 解答にあたっては、どの問題に対する解答かわかるように、試験開始後、解答用紙の「受験科目」の欄に問題番号も含む形で数学1、数学2、数学3のように記入してください。また、必要に応じて導出過程も記入してください。
7. 試験終了後、問題冊子及び草案用紙は持ち帰ってください。

科目名：数学

1. 次の問い合わせに答えよ。

(1) 極限値 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^x$ を求めよ。

(2) 常微分方程式 $\frac{dy}{dx} + y = x$ の一般解を求めよ。

(3) 確率密度関数が $f(x) = \begin{cases} xe^{-x} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$ で与えられる連続分布の平均 μ を求めよ。

2. ベクトル $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ に対して、行列 A を $A = aa^T$ で定める。このとき、次の問い合わせに答えよ。ただし、 a^T は a の転置を表す。

(1) A の行列式 $|A|$ の値を求めよ。

(2) A の固有値と固有ベクトルを求めよ。

(3) 正の整数 n に対して、 $A^n = 14^{n-1}A$ を示せ。

3. 複素平面上に原点を中心とする単位円 C がある。複素関数 $f(z) = \frac{z}{(z^2 + 4z + 1)^2}$ について、次の問い合わせに答えよ。ただし、 C の正の向きを反時計方向とする。

(1) 複素関数 $f(z)$ の特異点が $z = -2 \pm \sqrt{3}$ であることを示せ。

(2) 留数定理を用いて、 $\oint_C f(z) dz = \frac{\pi i}{3\sqrt{3}}$ を示せ。

(3) $z = e^{i\theta}$ とおくことにより、定積分 $I = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(\cos \theta + 2)^2}$ の値を求めよ。