

平成28年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
(平成27年8月実施)

【機能高分子工学専攻】

【有機デバイス工学専攻】

基礎科目

(数学, 有機化学, 物理化学)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は1ページから13ページまで、3科目あります。
3. 「数学」「有機化学」「物理化学」の3科目から**2科目を選択**して解答してください。それぞれの科目には、大問〔1〕〔2〕があります。
4. 解答用紙は6枚あります。それぞれの解答用紙には科目名と問題番号が指定してありますので、その問題以外の解答は記入しないでください。裏面を使用しても構いません。試験終了時、選択していない科目の解答用紙も回収します。
5. 監督者の指示にしたがって、**全ての**解答用紙に受験番号を正しく記入してください。受験番号が正しく記入されていない場合は、採点されないことがあります。
6. 計算によって答えを求めるときは、その過程も示してください。
7. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
8. 試験終了後、問題冊子と草案用紙は持ち帰ってください。

数 学

数学〔1〕

1. $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq y \leq 1\}$ とする。

(1) xy 平面上に集合 D を図示せよ。

(2) 次の重積分の値を求めよ。

$$\iint_D (x^2 + xy + y^2) \, dx dy$$

2. 次の $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ に対する連立1階常微分方程式

$$(*) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y + z \\ \frac{dy}{dt} = 2y + z \\ \frac{dz}{dt} = y + 2z \end{cases}$$

について、以下の問いに答えよ。

(1) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ とおき、 A の全ての固有値を求めよ。

(2) A が対角化可能か調べよ。また、対角化可能であるならば、 A を $P^{-1}AP$ により対角化する正則行列 P を1つ求めよ。

(3) (1) (2) を用いて、微分方程式(*)の一般解を求めよ。

数学〔2〕

1. 次の $y = y(x)$ に対する 1 階常微分方程式

$$(*) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{\tan y}{\tan x}$$

について、以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x) = \log|\sin x|$ の導関数を求めよ。ただし、対数は自然対数である。

(2) (1) を用いて、微分方程式 $(*)$ の一般解を求めよ。

2. 周期 2π の周期関数 $f(x)$ は、 $-\pi \leq x < \pi$ のとき $f(x) = x^2$ を満たす。

以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ のフーリエ係数

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を求めよ。

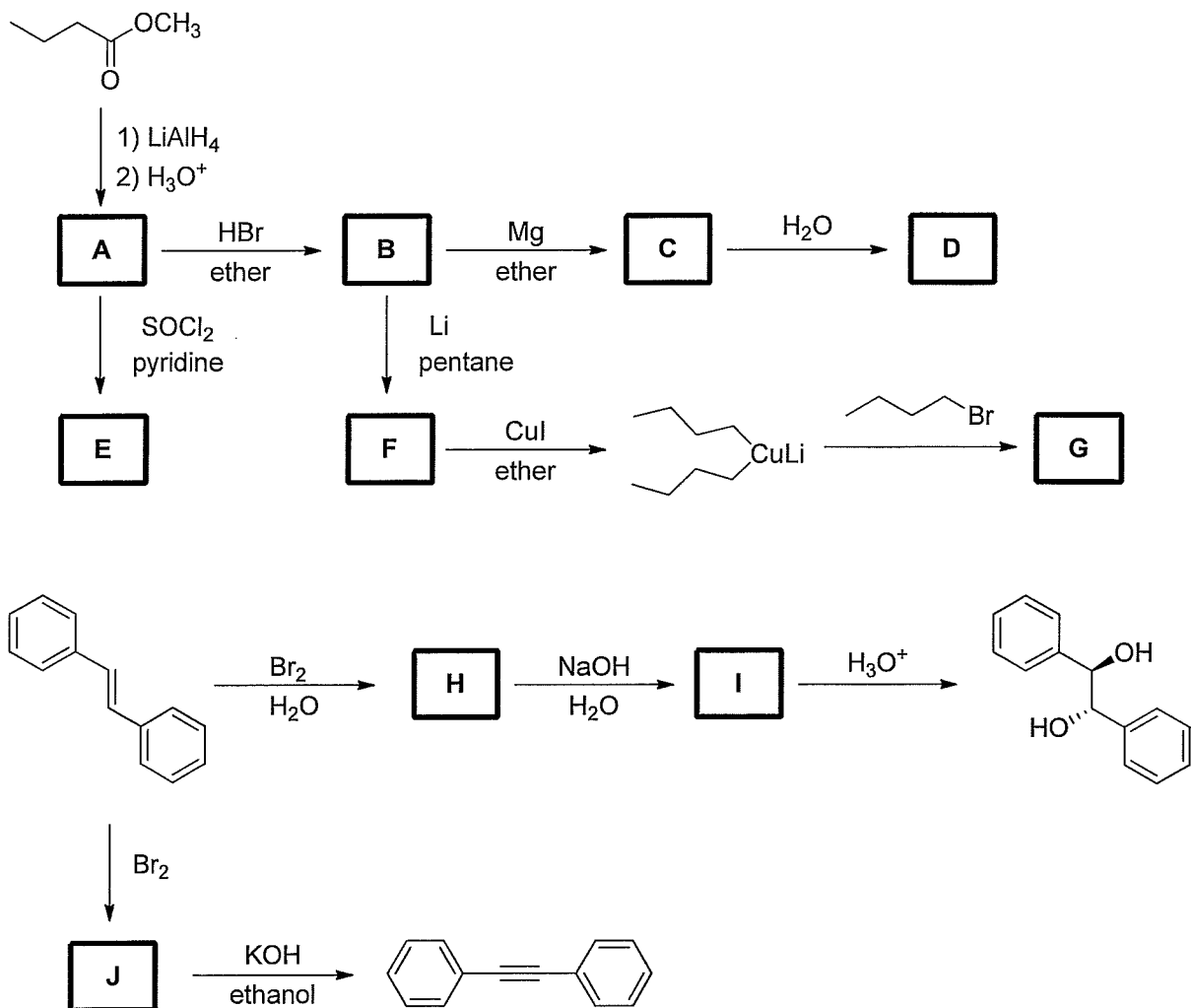
(2) 関数 $f(x)$ のフーリエ級数 $f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$

を用いて、級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ の値を求めよ。

有 機 化 学

有機化学〔1〕

1. 次の反応の生成物 **A** ～ **J** の構造式を、必要であれば立体配置も含めて書きなさい。

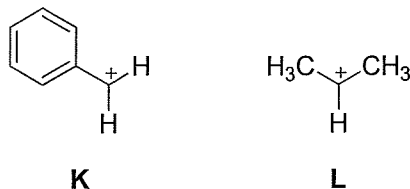


2. 次の4つの化合物 (ア) ～ (エ) について、解答例のような様式で $\text{S}_{\text{N}}2$ 反応の起こりやすい順に記しなさい。

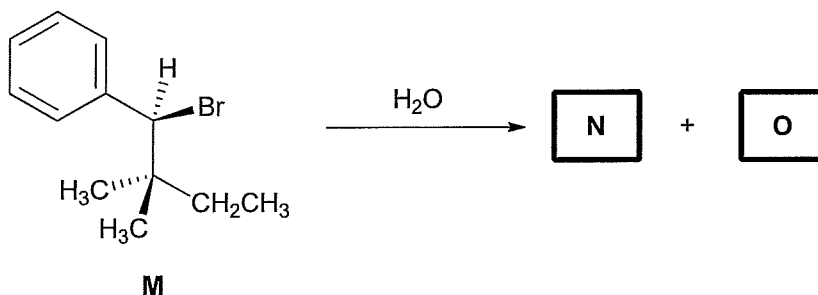
解答例：起こりやすい (ア) > (イ) > (ウ) > (エ) 起こりにくい

- (ア) ブロモエタン
 (イ) ブロモメタン
 (ウ) 2-ブロモ-2-メチルプロパン
 (エ) 2-ブロモプロパン

3. ベンジルカルボカチオン **K** は第一級アルキルカルボカチオンであるにもかかわらず、第二級アルキルカルボカチオン **L** と同程度の安定性を示す。その理由を共鳴構造式を用いて説明しなさい。



4. 化合物 **M** に関して以下の (1) ~ (3) の問いに答えなさい。

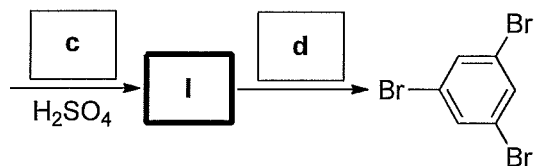
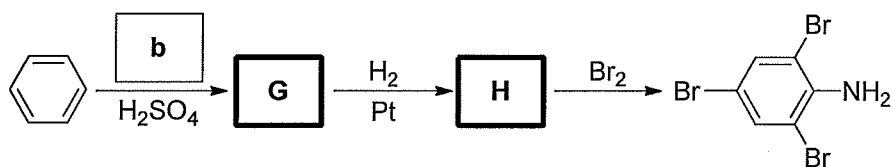
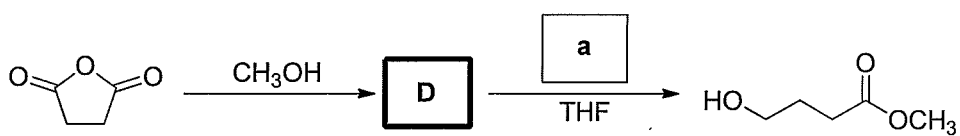
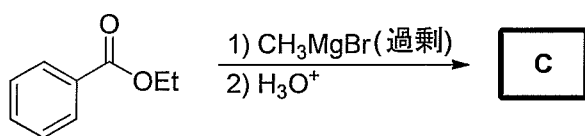
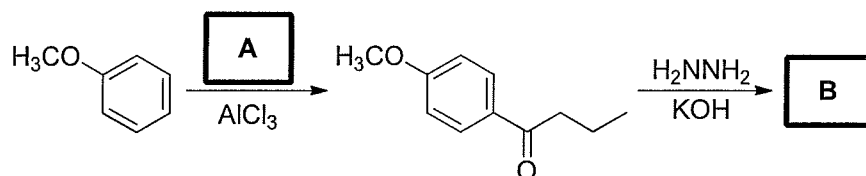


- (1) 化合物 **M** のキラル中心を * で示し、*R,S* 配置を帰属しなさい。
- (2) 化合物 **M** と水との $\text{S}_{\text{N}}1$ 反応 で得られる生成物 **N** と **O** の構造をキラル中心の立体化学が分かるように示しなさい。それぞれのキラル中心を * で示し、*R,S* 配置を帰属しなさい。
- (3) 次の空欄アおよびイに適切な語句を記しなさい。

化合物 **N** と **O** は ア 異性体の関係にあり、その 50:50 混合物は イ 体という。

有機化学〔2〕

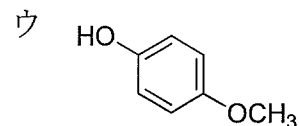
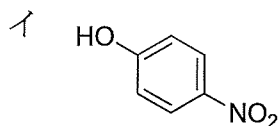
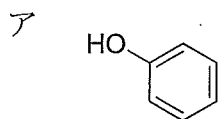
1. 次の反応式の空欄を埋めなさい。ただし、太枠の空欄 **A** ～ **I** には構造式を、細枠の空欄 **a** ～ **d** には分子式あるいは組成式をそれぞれ書きなさい。



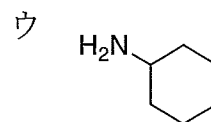
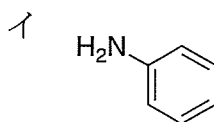
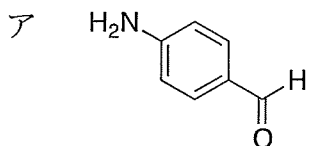
2. 以下の (1) ~ (3) の問いに答えなさい。ただし解答は、化合物ア～ウについて、解答例のような様式で記しなさい。

解答例： 強い ア>イ>ウ 弱い

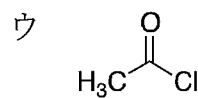
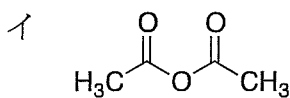
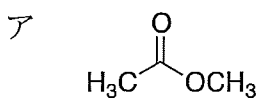
(1) 酸性の強い順に記しなさい。



(2) 塩基性の強い順に記しなさい。



(3) 加水分解に対する反応性が高い順に記しなさい。



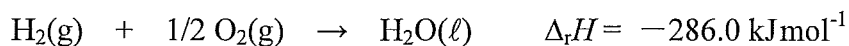
物 理 化 学

物理化学〔1〕

1. 1.0×10^5 Pa, 25.0°C における斜方硫黄および単斜硫黄の標準生成ギブズエネルギーはそれぞれ, 0 kJ mol^{-1} , $+0.091 \text{ kJ mol}^{-1}$ である。以下の (1) ~ (3) の問いに答えなさい。なお、解答には計算過程も記しなさい。

- (1) この圧力、温度において安定な結晶はどちらか、記しなさい。また、その理由を述べなさい。
- (2) 温度一定下で、圧力 p を変えた際にそれぞれの結晶のモルギブズエネルギー G_m がどのように変化するか、縦軸と横軸をそれぞれ G_m , p としてグラフに表しなさい。また、加圧することによって相転移させることは可能であるか答えなさい。ただし、 25.0°C において、斜方硫黄および単斜硫黄の密度はそれぞれ、 2.070 g cm^{-3} , 1.957 g cm^{-3} であり、密度は圧力に対して変化しないものと仮定する。
- (3) 圧力一定下で、温度 T を変えた際にそれぞれの結晶の G_m がどのように変化するか、縦軸と横軸をそれぞれ G_m , T としてグラフに表しなさい。また、昇温によって相転移させることは可能であるか答えなさい。ただし、斜方硫黄および単斜硫黄の標準モルエントロピーはそれぞれ、 $31.8 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$, $32.6 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ であり、両結晶の定圧熱容量 C_p は等しいものと仮定する。

2. 101.325 kPa, 300.0 K における水素 $\text{H}_2(\text{g})$ の燃焼反応は以下で与えられる。



以下の (1) ~ (3) の問いに答えなさい。なお、解答には計算過程も記しなさい。

ただし、気体定数、原子量は次の値を用いなさい。

$$\text{気体定数 } R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}, \quad \text{H} = 1.0, \quad \text{O} = 16.0$$

- (1) この条件下における燃焼反応のギブズエネルギー変化 $\Delta_r G$ を、有効数字 3 桁で求めなさい。ただし、 $\text{H}_2(\text{g})$, $\text{O}_2(\text{g})$ および $\text{H}_2\text{O}(\ell)$ のモルエントロピーは、それぞれ $131.0 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$, $206.0 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$, $70.0 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ である。
- (2) この条件下における $\text{H}_2(\text{g})$ の燃焼反応を用いて、60.0 W の電球を 1.00 時間点灯させるためには、少なくともどれくらいの質量の水を生成する必要があるか、有効数字 3 桁で求めなさい。
- (3) この条件下における $\text{H}_2\text{O}(\ell)$ の蒸発エントロピーを、有効数字 3 桁で求めなさい。ただし、 $\text{H}_2\text{O}(\ell)$ の沸点における蒸発エンタルピー $\Delta_{\text{vap}} H$ は 41.0 kJ mol^{-1} , $\text{H}_2\text{O}(\ell)$ および $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ のモル定圧熱容量 C_p は、それぞれ $75.0 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$, $34.0 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ である。必要であれば、 $\ln(1.24) = 0.218$ を用いなさい。

物理化学〔2〕

1. ヘリウム原子の第一イオン化エネルギーは、24.6 eV である。プランク定数を $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J s}$ ，光の速さを $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ，電気素量を $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ とする。以下の (1) ～(3) の問いに答えなさい。なお，解答には計算過程も記しなさい。

- (1) フォトンエネルギー E [J] と振動数 ν [Hz] との関係式を記しなさい。
- (2) ヘリウム原子の第一イオン化エネルギーと同じフォトンエネルギーを持つ電磁波の波長を求めなさい。
- (3) ヘリウム原子の第二イオン化エネルギーは 54.4 eV である。これから水素原子のイオン化エネルギーを求めなさい。

2. 多電子原子の電子配置を考える。例えば、基底状態のリチウム原子の電子配置は、 $1s^2 2s^1$ または $[\text{He}]2s^1$ と表すことができる。以下の (1) ~ (4) の問いに答えなさい。

(1) 窒素原子の基底状態における電子配置を答えなさい。

(2) 窒素分子 (N_2) の基底状態における分子オービタルのエネルギー準位図を描きなさい。なお、結合性オービタルを σ および π とし、反結合性オービタルを σ^* および π^* とする。

(3) 窒素分子 (N_2) の基底状態における結合次数を求めなさい。

(4) 基底状態の窒素分子 (N_2) は、常磁性か反磁性か、理由をつけて答えなさい。

3. 以下の (1), (2) の問いに答えなさい。なお、解答には計算過程も記しなさい。

(1) 反応物 A の 1 次反応の速度定数が k である。 $t = 0$ の時の初期濃度を $[A]_0$ とするとき、反応時間 t 経過後の濃度 $[A]_t$ を表す式を記しなさい。

(2) 反応物 A の半減期 $t_{1/2}$ を、 k を用いて記しなさい。