平成２９年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
（平成２８年８月実施）

【電気電子工学専攻】

基礎科目

（数学）

注意事項

１．試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

２．この問題冊子の本文は，１ページから４ページまでです。

３．試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

４．監督者の指示に従って，解答用紙の受験番号欄に受験番号を正しく記入してください。

５．解答用紙のおもて面には、既に受験科目名と問題番号が記入されています。解答は解答用紙のおもて面の所定の位置に記入してください。

６．必要に応じて計算過程も記入してください。

７．解答用紙は白紙も含めてすべて提出してください。

８．試験終了後，問題冊子及び草案用紙は持ち帰ってください。

基礎科目：数学

1．複素数zを要素とする3×3行列Aが以下のように与えられている。

$$A=\begin{pmatrix} z & 2 & 0 \\ \bar{z} & \bar{z}+1 & 1 \\ -0.5z & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

以下の問いに答えよ。ただし，$\bar{z}$はzの共役複素数を表す。虚数単位jは$\mathrm{j}=\sqrt{-1}$とする。

(1) Aの行列式$|A|$を求めよ。

(2) θは$-\pi<\theta\leq\pi$を満たす実数で，$z=e^{\mathrm{j}\theta}$とするとき，行列式$|A|$の最大値と最小値を求めよ。

(3) a，bは実数で，$z=a+\mathrm{j}b$とするとき，

i) aの値によらず$|A|>0$となるためのbの条件を求めよ。

ii) bの値によらず$|A|>0$となるためのaの条件を求めよ。

2．実数tの関数$y=y(t)$についての微分方程式 $\dfrac{dy}{dt}=ay-by^2$ がある。

以下の問いに答えよ。ただし，$0<y<\dfrac{a}{b}$，$b\neq 0$とする。

(1) 次の不定積分を求めよ。

$\displaystyle\int\frac{1}{1-y}dy$ 　ただし，$y<1$とする。

(2) $\dfrac{1}{y\left(1-\dfrac{b}{a}y\right)}$を部分分数に分解せよ。

(3) $t=0$のとき$y=\dfrac{a}{2b}$であるという条件のもとで，与えられた微分方程式を解け。

このとき，(1)，(2)の結果を利用してよい。

３．直交座標 x 軸，y 軸，z 軸からなる３次元空間がある。原点をＯとする。空間中の点の座標を (x, y, z) のように表記するものとする。今，この空間に次の３つの点がある。すなわち，

点 $A(0,\ 2\sqrt{3}, 2)$，　点 $B(-2\sqrt{3}, -\sqrt{3}, -1)$，　点 $C(2\sqrt{3}, \sqrt{3}, 1)$ である。

以下の問いに答えよ。

(1) 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めよ。

(2) 外積 $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ を求めよ。

(3) ３つの点 A, B, C を含む平面の法線ベクトル $\vec{n}$ を求めよ。ただし，求める法線ベクトル $\vec{n}$ は，その z 成分が正で，$|\vec{n}| = 1$ とする。

(4) ３つの点 A, B, C を含む平面の方程式を求めよ。

4．実関数 $f(x)=x^2$，$(-\pi \le x < \pi)$ を $f(x+2\pi)=f(x)$ により実数上に拡張した周期 2π の関数 $f(x)$ について，以下の問いに答えよ。

(1) 周期関数 $f(x)$ の概形を $-3\pi \le x \le 3\pi$ の範囲で書け。

(2) $f(x)$ のフーリエ級数を求めよ。

(3) 上の(2)の結果を利用して，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6}$ を示せ。

(4) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^4}=\frac{\pi^4}{90}$ を示せ。