

平成 3 1 年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
(平成 3 0 年 8 月実施)

【物質化学工学専攻】

基礎科目
(数学, 物理化学)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は 3 ページです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙に受験番号を正しく記入してください。受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 解答用紙は 3 枚あります。解答用紙は、数学に 1 枚、物理化学の大問 1 つにつき各 1 枚ずつ使用してください。必要に応じて裏面を使用しても構いません。白紙の場合でも 3 枚すべて提出してください。
6. 試験終了後、問題冊子および草案用紙は持ち帰ってください。

科目名：数学

解答の過程は省略せずに明示すること。

1. 次の問いに答えよ。

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - (1 + \sin x)}{x^2}$ の極限値を求めよ。

(2) $y = \frac{x^2(x-1)}{(x+1)^3}$ の導関数を求めよ。

(3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \, dx$ の定積分を求めよ。

2. 次の微分方程式を解け。

(1) $\frac{dy}{dx} = y(1-y) \quad (y \neq 0, 1)$

(2) $\frac{dy}{dx} - \frac{2}{x}y = x^2 \cos x \quad (x > 0)$

(3) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 2y = 0$

科目名：物理化学

【注意事項】以下の問いにおいて、気体定数は $8.314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ ，アボガドロ数は $6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ とする。

1. 次の(1)～(4)の問いに答えよ。

- (1) 1 mol の液体の水が 100°C , 1 atm で完全に蒸発した。このときの熱量 q , 仕事 w , エンタルピー変化 ΔH , 内部エネルギー変化 ΔU を求めよ。ただし、水の 100°C における蒸発エンタルピー $\Delta_{\text{vap}}H$ は 40.7 kJ mol^{-1} とし、水蒸気は完全気体とする。また、 100°C における液体の水の密度は 0.9588 g cm^{-3} とする。
- (2) 体積が 2.00 L, 圧力が 8.00 atm の完全気体がピストン付きの容器内に閉じこめられた状態を考える。この完全気体(系)が 25°C 一定で、一定の外圧 1.75 atm に抗して、最終的に 5.50 L になるまで不可逆的に膨張した。この不可逆的膨張における系のエントロピー変化 ΔS_{sys} , 外界のエントロピー変化 ΔS_{sur} , 孤立系(宇宙全体)のエントロピー変化 ΔS_{univ} を求めよ。なお、 ΔS_{sys} の計算に際しては、変化の過程が不可逆的であっても可逆的であっても、エントロピー変化量は等しくなることに留意せよ。
- (3) エベレストの山頂の気圧は 0.3 atm である。この場所での水の沸点を求めよ。なお、水の蒸発エンタルピーを $+44.0 \text{ kJ mol}^{-1}$ で一定とし、1 atm での水の沸点は 100°C とする。
- (4) $\text{H}_2(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{HCl}(\text{g})$ の温度 300 K および 500 K での平衡定数はそれぞれ 4.00×10^{31} , 4.00×10^{18} である。標準反応エンタルピーを求めよ。なお、標準反応エンタルピーは上記温度域で一定であるとしてよい。

2. 次の(1)～(3)の問いに答えよ。

- (1) 酸素ガス中の酸素分子 O_2 の根平均二乗速さと平均自由行程を計算せよ。ただし，酸素ガスの温度は 25°C ，圧力は 1 atm ，酸素分子の衝突断面積は 0.400 nm^2 とする。
- (2) 次の事柄を簡潔に説明せよ。
①シャルルの法則 ②ビリアル状態方程式 ③水素結合
④疎水性相互作用
- (3) 銀は，電気伝導率の高い物質である。銀 1 cm^3 中の自由電子の数を計算せよ。ただし，銀の比重は 10.49 ，原子量は 107.87 とし，銀原子 1 個当たり 1 個の自由電子が存在すると仮定せよ。