平成２９年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
（平成２８年８月実施）

【機械システム工学専攻】

専 門 科 目
（材料力学，熱と流体の力学，運動と力学）

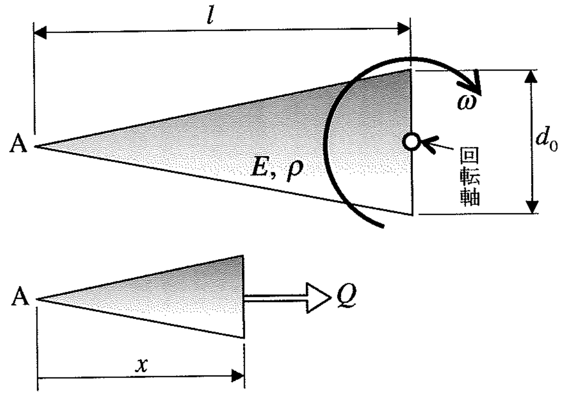
注意事項

1．試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2．この問題冊子の本文は，**１ページから５ページまで**です。
3．試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4．監督者の指示に従って，すべての解答用紙に**受験番号**を正しく記入してください。受験番号が正しく記入されていない場合は，採点できないことがあります。
5．**専門科目（３科目）すべてを解答してください。**
6．解答用紙は３枚あります。解答は科目毎に異なる解答用紙を用い，それぞれの解答用紙の「受験科目」欄に，**解答する科目名（「材料力学」，「熱と流体の力学」，「運動と力学」のいずれか）**を記入してください。また，解答は表(おもて)面から記入し，表(おもて)面に書ききれない場合は裏面を使用しても構いません。
7．計算によって答えを求めるときは，その過程も示してください。
8．試験終了後，問題冊子及び草案用紙は持ち帰ってください。

科目名：材料力学

この科目の問題は２題あります。２題すべてを解答してください。

１．右図に示すように，長さが l， 底面の直径が d_0，ヤング率が E，密度が ρ の円錐形状の棒があり，その底面の直径に沿って回転軸が取り付けられている。この棒を回転軸回りに一定の角速度 ω で回転させる。図に示すように棒の先端（図中の点 A）から回転軸に向かって座標 x を取る。以下の問いに答えよ。ただし，重力の影響は無視するものとする。

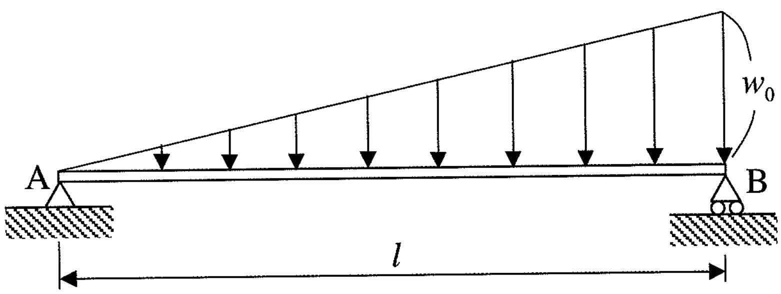


(1) 棒の先端（点 A）から x の位置の x 軸に垂直な仮想断面における断面積 S を x の関数として表せ。

(2) 棒の先端（点 A）から x の位置の x 軸に垂直な仮想断面における内力 Q と垂直応力 σ を，それぞれ x の関数として表せ。

(3) 棒の伸び λ を求めよ。

２．下図に示すように，支点間距離が l の単純支持はりが，支点 A 上で 0，支点 B 上で w_0 である三角形状の分布荷重（単位長さあたりの荷重）を受けている。曲げ剛性 EI は，はり全長に渡って一定とする。以下の問いに答えよ。



(1) 支点 A, B からはりが受ける反力をそれぞれ図示し，それらの値を求めよ。

(2) せん断力図（SFD）と曲げモーメント図（BMD）を描け。それぞれの図において，せん断力と曲げモーメントの最大値，最小値とそれらが発生する位置を明確に示すこと。

(3) 支点 A におけるはりのたわみ角を求めよ。ただし，たわみ角は時計回りを正として解答すること。

科目名：熱と流体の力学

この科目の問題は２題あります。２題すべてを解答してください。

１．気密でかつ摩擦の作用なしに移動できるピストンを備えたシリンダー内に理想気体が入れてある。このシリンダー内にある状態 1（圧力 p_1, 比体積 v_1, 温度 T_1, 比内部エネルギー u_1）の理想気体がピストンを押し，状態 2（p_2, v_2, T_2, u_2）まで周囲と熱交換をおこなわないまま準静的に変化した。このとき，以下の問いに答えよ。ただし，$p_1 > p_2$, $v_1 < v_2$, 比熱比 $\kappa > 1$, 気体定数 R とする。

(1) 理想気体の状態式を p, v, R, T を用いて表せ。

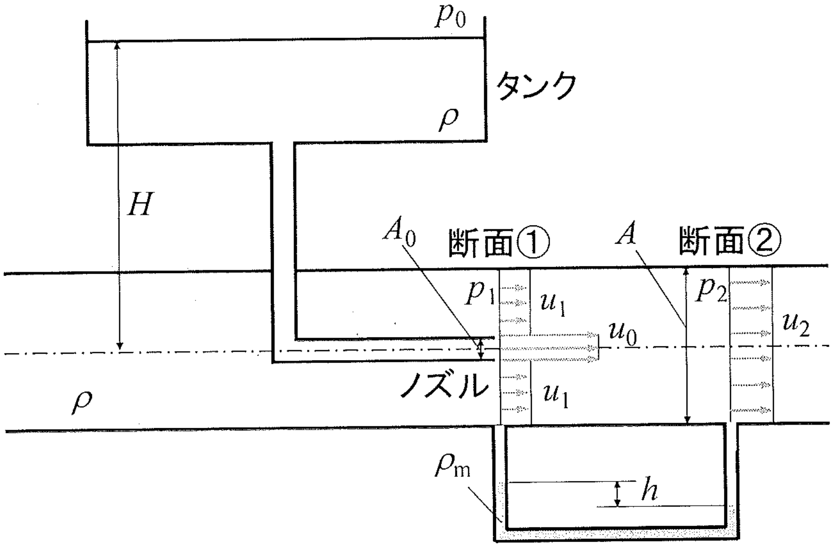
(2) 状態 1 から状態 2 への変化を何変化というか。

(3) 状態 1 と状態 2 において，温度と比体積の間に成り立つ関係，および温度と圧力の間に成り立つ関係をそれぞれ p_1, p_2, v_1, v_2, T_1, T_2, κ の中から必要なものを用いて表せ。

(4) T_1 と T_2 の大小関係を説明せよ。

(5) 状態 1 から状態 2 への変化において，周囲と熱交換がないのに理想気体の温度が変化するのはなぜか。仕事の観点から説明せよ。

２．下図に示すように，断面積 A[m^2]の円管流路に密度 ρ[kg/m^3]の水が流れている。流路には流路上方に設置されたタンクから水を導入できるようになっており，断面①の流路中央において，断面積 A_0[m^2]（$A_0 \ll A$）のノズル出口から流路内の流れと同じ方向に水が放出されているとする。



このとき，ノズル出口からタンク水面までの高さは H[m]であった。断面①における圧力は場所によらず p_1[Pa]で一定で，ノズル出口では流速 u_0[m/s]，それ

以外の箇所では流速 u_1[m/s]の一様な流れとなっている。断面②では圧力は p_2[Pa]一定で，かつ流速 u_2[m/s]も一様に流れているとする。また，断面①と断面②を，密度ρ_m[kg/m^3]（$\rho_m > \rho$）の液体を入れたマノメータにつないだところ，液柱差は h[m]であった。流れは非圧縮性定常流れ，流路壁面における摩擦は無視できるとする。また，タンクは容量が大きく水位が時間的に変化しないと仮定する。次の問いに答えよ。なお，重力加速度は g[m/s^2]とする。

(1) タンク水面での圧力を p_0[Pa]としてノズル出口での流速 u_0[m/s]を A, A_0, ρ, g, H, u_1, p_0, p_1 から必要なものを用いて表せ。

(2) マノメータの液柱差 h[m]をρ_m, ρ, g, p_1, p_2 を用いて表せ。

(3) 断面②での流速 u_2[m/s]を u_0, u_1, A, A_0 を用いて表せ。

(4) 運動量の変化を考慮し，断面①と断面②の間の圧力差 p_2-p_1[Pa]をρ, u_0, u_1, u_2, A, A_0 を用いて表せ。

科目名：運動と力学

図 1 のように，質量 m の質点が，滑らかな面をもつ水平方向の溝に閉じ込められ，アーム OA の回転によって押されて，溝の上面に押し付けられながら動いている。アームの回転の支点 O を原点とし，溝と平行に x 軸，鉛直上方向に y 軸をとる。また原点 O から質点までの距離を r（動径 r），アームが x 軸となす角を θ とする（$0<\theta<\pi/2$）。このとき質点には溝の上面から鉛直下方に垂直抗力が作用し，その垂直抗力の大きさを N とする。また，アームから質点に作用する力の大きさを F とする。x 軸から溝の中心線までの距離を L とする。アーム OA を一定の角速度 $\dot{\theta}(=d\theta/dt)$で回転させて，アームと質点が常に接触して運動する場合について，次の問いに答えよ。重力加速度の大きさを g とし，アームの太さ，空気抵抗，および摩擦の影響は無視してよい。

(1) 直交座標系における質点の座標 $(x\,,y)$を，r，θ を用いて表せ。

(2) 動径 r 方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{e}_r$ とし，$\boldsymbol{e}_r$ と直交して θ が増加する方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{e}_\theta$ とする。また，直交座標系での x 軸および y 軸方向の単位ベクトルを，それぞれ $\boldsymbol{i}$ および $\boldsymbol{j}$ とする。$\boldsymbol{e}_r$，$\boldsymbol{e}_\theta$ を，$\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，θ を用いて表せ。

(3) 単位ベクトル$\boldsymbol{e}_r$および$\boldsymbol{e}_\theta$を時間 t で微分すると，次の関係が成り立つ。

$$\frac{d\boldsymbol{e}_r}{dt}=\left(\frac{d\theta}{dt}\right)\boldsymbol{e}_\theta\,,\quad \frac{d\boldsymbol{e}_\theta}{dt}=-\left(\frac{d\theta}{dt}\right)\boldsymbol{e}_r$$

また，質点の位置ベクトルは $\boldsymbol{r}=r\boldsymbol{e}_r$ と表される。これらの関係を使って質点の速度ベクトル $\boldsymbol{v}$ $(=\dot{\boldsymbol{r}})$を求め，その $\boldsymbol{e}_r$ および $\boldsymbol{e}_\theta$ 方向の成分を，それぞれ，r，$\dot{r}$，$\dot{\theta}$，$\ddot{r}$ の中から必要なものを用いて答えよ。

また，加速度ベクトル $\boldsymbol{a}$ $(=\ddot{\boldsymbol{r}})$も求め，その $\boldsymbol{e}_r$ および $\boldsymbol{e}_\theta$ 方向の成分を，それぞれ r，$\dot{r}$，$\dot{\theta}$，$\ddot{r}$ の中から必要なものを用いて答えよ。

ただし，$\dot{r}=dr/dt$，$\dot{\theta}=d\theta/dt$，$\ddot{r}=d^2r/dt^2$ とする。

(4) 溝による質点の運動の拘束の式 $r\sin\theta=L$ より，$\dot{r}$を r, θ, $\dot{\theta}$, L の中から必要なものを用いて表せ。

(5) 溝による質点の運動の拘束の式 $r\sin\theta=L$ より，$\ddot{r}$を r, $\dot{r}$, θ, $\dot{\theta}$, L の中から必要なものを用いて表せ。

(6) 前問までの結果を用いて，質点の加速度ベクトル $\boldsymbol{a}$ の $\boldsymbol{e}_r$ 方向の成分 a_r と，$\boldsymbol{e}_\theta$ 方向の成分 a_θ を，それぞれ r, θ, $\dot{\theta}$, L の中から必要なものを用いて表せ。

(7) 質点の運動方程式の$\boldsymbol{e}_r$方向の成分を，a_r，N，θ，m，g，F の中から必要なものを用いて表せ。

(8) 質点の運動方程式の$\boldsymbol{e}_\theta$方向の成分を，a_θ，N，θ，m，g，F の中から必要なものを用いて表せ。

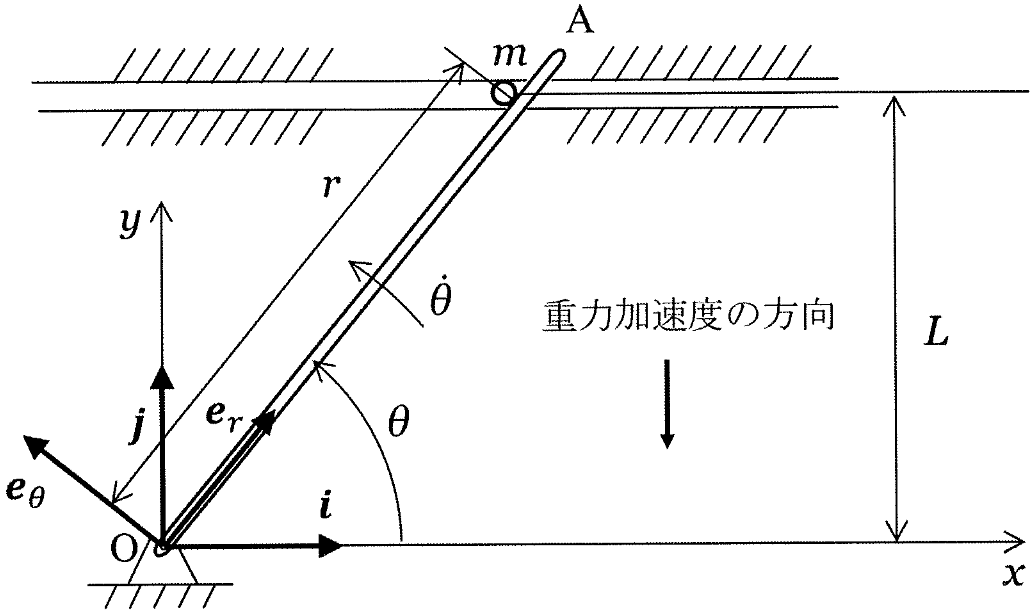


図 1