

平成31年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
(平成30年8月実施)

【応用生命システム工学専攻】

基礎科目
(数学)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は1ページから2ページまでです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後、すべての解答用紙に受験科目、専攻名、受験番号を正しく記入してください。受験科目、専攻名、受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 解答用紙は5枚あります。1問につき1枚です。試験開始後、解答用紙の記入欄の左上に、解答する問題番号を記入してください。
6. 必要に応じて計算過程も記入してください。
7. 解答用紙は、白紙の場合でも5枚すべて提出してください。
8. 試験終了後、問題冊子と草案用紙は持ち帰ってください。

科目名：数学

1. 次の微分方程式の解を求め、 $0 \leq t \leq 3$ における $y(t)$ のグラフの概形を描け。

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 4 \frac{dy(t)}{dt} + 148y(t) = 888$$

ただし、 $y(t)|_{t=0} = 0$, $\left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=0} = 12$ とする。

2. 次の問いに答えよ。

- (1) 行列 M を

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

とする。 M の固有値を求めよ。

- (2) A を n 次の実対称行列、 $\boldsymbol{x}$ を n 次の実列ベクトルとする。零ベクトルでない任意の $\boldsymbol{x}$ に対して $\boldsymbol{x}^T A \boldsymbol{x} > 0$ となるとき、 A を正定値行列という。ここで、 $\boldsymbol{x}^T$ は $\boldsymbol{x}$ の転置を表す。行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}$$

が正定値行列となるための実数 a の条件を求めよ。

3. 次式で定義される一周期が 2π の周期関数 $f(x)$ をフーリエ級数に展開せよ。

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (-\pi \leq x < -\frac{5}{6}\pi) \\ -1 & (-\frac{5}{6}\pi \leq x < -\frac{1}{6}\pi) \\ 0 & (-\frac{1}{6}\pi \leq x < \frac{1}{6}\pi) \\ 1 & (\frac{1}{6}\pi \leq x < \frac{5}{6}\pi) \\ 0 & (\frac{5}{6}\pi \leq x < \pi) \end{cases}$$

4. 関数 $f(t)$ のラプラス変換 $F(s)$ が次式で与えられている。関数 $f(t)$ を求めよ。

$$F(s) = \frac{s^3 + 50s - 175}{s^4 - 7s^3 + 25s^2 - 175s}$$

5. 次の問いに答えよ。

- (1) 1 個のサイコロを投げる試行を繰り返し、3 の倍数の目が出た回数を X とする。試行を 5 回繰り返し行ったとき、回数 $X=x$ となる確率を組み合わせの記号を用いて示し、 $X \leq 2$ の確率を求めよ。また、 X の期待値を求めよ。
- (2) 成人男性の血液ヘモグロビン濃度は正規分布に従い、母平均は 15.0 g/dL であることが知られている。ある事業所で 9 人の成人男性で計測したところ、平均は 16.0 g/dL, 不偏分散は $2.25 \text{ g}^2/\text{dL}^2$ であった。この標本の 95% 信頼区間を求め、標本の平均が母平均と有意に異なるかを、有意水準 5% で検定せよ。ただし、自由度 8 の t 分布の確率分布関数 $F(8, t)$ について、 $F(8, 1.40) = 0.90$, $F(8, 1.86) = 0.95$, $F(8, 2.30) = 0.975$ が成り立つ。