平成３１年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
（平成３０年８月実施）

【電気電子工学専攻】

専門科目

（電磁気学，電子物性と量子物理，電気回路と電子回路）

注意事項

１．試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

２．この問題冊子の本文は，１ページから７ページまでです。

３．試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

４．監督者の指示に従って，すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を正しく記入してください。

５．解答用紙のおもて面には、既に受験科目名と問題番号が記入されています。解答は解答用紙のおもて面の所定の位置に記入してください。

６．必要に応じて計算過程も記入してください。

７．解答用紙は９枚あります。白紙も含めてすべて提出してください。

８．試験終了後，問題冊子および草案用紙は持ち帰ってください。

科目名：電磁気学

以下の問題では，真空の誘電率を ε_0，真空の透磁率を μ_0 とし，直角座標系における x，y，z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ，$\hat{x}$，$\hat{y}$，$\hat{z}$ とする。また，全ての単位はSI単位系を用いる。

1．真空中で図１のように x-y 平面と平行で座標 $(0,0,-d)\,(d>0)$ を通る無限平面Aがある。この平面Aには電荷密度 $+\sigma\,(\sigma>0)$ の電荷が一様に分布している。以下の問いに答えよ。

(1) z 軸上の点 $\mathrm{P}(0,0,z_1)\,(z_1>0)$ における電界ベクトル $\vec{E}_\mathrm{P}$ を，d，z_1，ε_0，σ，$\hat{x}$，$\hat{y}$，$\hat{z}$ の中から必要な記号を用いて表せ。

(2) 原点 $\mathrm{O}(0,0,0)$ の電位を基準とした点Pの電位 V_PO を，d，z_1，ε_0，σ の中から必要な記号を用いて表せ。

次に，図２のように平面Aに平行で座標 $(0,0,d)$ を通る位置に，無限平面Bを置いた。この平面Bには電荷密度 $-\sigma$ の電荷が一様に分布している。また，平面Aと平面Bの間は比誘電率 ε_r の誘電体で満たした。以下の問いに答えよ。

(3) 領域Ⅰ$(z<-d)$，領域Ⅱ$(-d<z<d)$，領域Ⅲ$(z>d)$ におけるそれぞれの電界の大きさ $|\vec{E}_\mathrm{I}|$，$|\vec{E}_\mathrm{II}|$，$|\vec{E}_\mathrm{III}|$ を，d，ε_0，ε_r，σ の中から必要な記号を用いて表せ。

(4) 平面Bの電位を基準とした平面Aの電位 V_AB を，d，ε_0，ε_r，σ の中から必要な記号を用いて表せ。

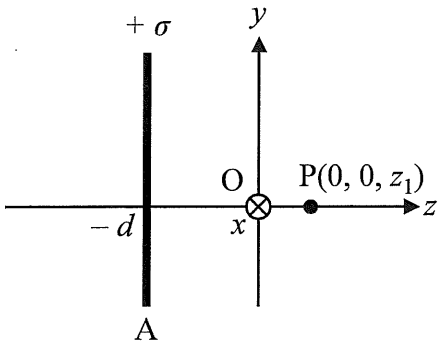

図１

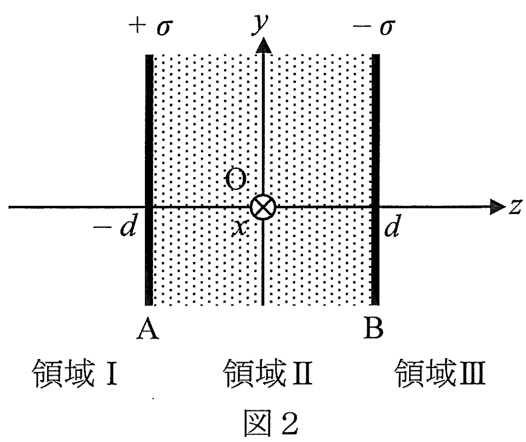

図２

２．真空中に図３のような z 軸を中心軸とする半径 a の無限長円柱導体がある。この導体に一様な密度で定常電流 I が$-z$ 方向に流れている。z 軸から垂直に r 離れた位置における磁界の大きさを $\left|\vec{H}_1(r)\right|$ とするとき，以下の問いに答えよ。

(1) $r<a$ における $\left|\vec{H}_1(r)\right|$ を，π，a，r，I の中から必要な記号を用いて表せ。

(2) $r=4a$ における $\left|\vec{H}_1(4a)\right|$ を，π，a，r，I の中から必要な記号を用いて表せ。

次に，真空中に図４のような z 軸を中心軸とする半径 a，及び半径 $2a$ で厚さの無視できる 2 つの無限長円筒導体がある。内側の導体には $-z$ 方向に，外側の導体には $+z$ 方向に，それぞれ一様な密度で定常電流 I が流れている。以下の問いに答えよ。

(3) z 軸から垂直に r 離れた位置における磁界の大きさを $\left|\vec{H}_2(r)\right|$ とするとき，$\left|\vec{H}_2(4a)\right|$ を求めよ。

(4) 両導体間 $(a<r<2a)$ における磁束密度の大きさ $\left|\vec{B}(r)\right|$ を，μ_0，π，a，r，I の中から必要な記号を用いて表せ。

(5) 両導体間 $(a<r<2a)$ における単位長さあたりの磁束 Φ を，μ_0，π，a，r，I の中から必要な記号を用いて表せ。

(6) 図４における単位長さあたりの自己インダクタンス L を，μ_0，π，a，r，I の中から必要な記号を用いて表せ。

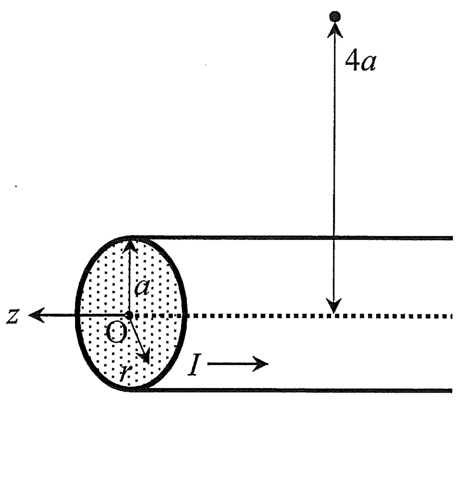

図３

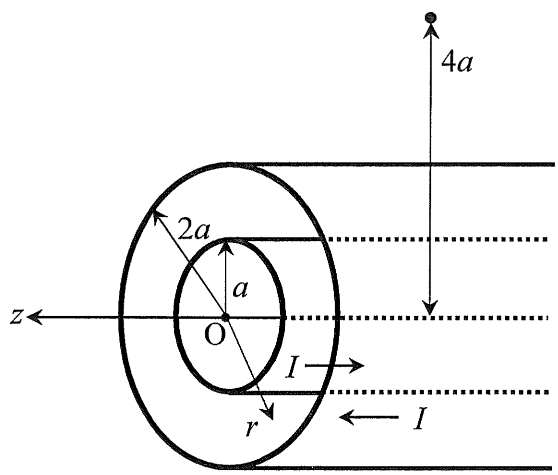

図４

3．図５のような直角座標系内を伝搬する電磁波（平面波）の電界ベクトル $\vec{E}(x,y,z,t)$ が $\vec{E}(x,y,z,t)=E_0\sin(kz-\omega t)\hat{x}$ で与えられている。
ここで，$E_0(>0)$ は電界の最大振幅，k は波数，ω は角周波数，t は時間である。以下の問いに答えよ。

(1) 角周波数 ω を，周波数 f，π を用いて表せ。

(2) $t=0$ のとき，z 軸上の５点（$z_0=0$，$z_1=\lambda/4$，$z_2=\lambda/2$，$z_3=3\lambda/4$，$z_4=\lambda$）における電界ベクトル $\vec{E}(0,0,z,0)$ を，それぞれ E_0，$\hat{x}$，$\hat{y}$，$\hat{z}$ の中から必要な記号を用いて表せ。ただし，λ は波長であり，k と λ の関係は，$k=2\pi/\lambda$ で与えられる。

(3) z_0，z_1，z_2，z_3，z_4 の各点における $t=0$ での電界ベクトル $\vec{E}(0,0,z,0)$ を，電界の振幅と方向がわかるように，解答用紙の指定の場所に矢印や点を用いて図示せよ。

(4) 磁界の最大振幅を $H_0(>0)$ とするとき，z_0，z_1，z_2，z_3，z_4 の各点における $t=0$ での磁界ベクトル $\vec{H}(0,0,z,0)$ を，磁界の振幅と方向がわかるように，解答用紙の指定の場所に矢印や点を用いて図示せよ。また，解答用紙の図中に，この電磁波の進む向きを矢印で示せ。

(5) この電磁波が比誘電率 $\varepsilon_r=9.0$，比透磁率 $\mu_r=1.0$ の絶縁体中を伝搬するときの速さ v を，真空中を伝搬する電磁波の速さ c を用いて表せ。

(6) 小問 (5) の絶縁体中を周波数 $f=1.0$ GHz の電磁波が伝搬するときの波長 λ_g [m] を計算せよ。ただし，$c=3.0\times10^8$ m/s とする。

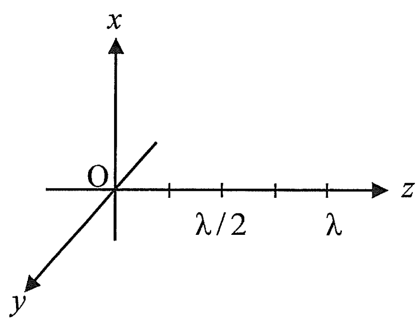

図５

科目名：電子物性と量子物理

解答は導出過程も示すこと。数値を求める問題では単位も明記せよ。また，数値を求めるときは次の物理定数を用いて良い。

真空中の光速度	$c = 2.998\times10^{8}$ m s^{-1}	ボルツマン定数	$k_B = 1.381\times10^{-23}$ J K^{-1}
アボガドロ数	$N_A = 6.022\times10^{23}$ mol^{-1}	真空の透磁率	$\mu_0 = 1.257\times10^{-6}$ H m^{-1}
プランク定数	$h = 6.626\times10^{-34}$ J s	電子の静止質量	$m_0 = 9.109\times10^{-31}$ kg
真空の誘電率	$\varepsilon_0 = 8.854\times10^{-12}$ F m^{-1}	電子の電荷	$-e = -1.602\times10^{-19}$ C

4．シリコン（Si）は格子定数$a_0 = 0.543\times10^{-9}$ m のダイヤモンド構造をもつ，原子量 28.09，密度 2.329 g/cm^3 の物質で，バンドギャップ$E_g = 1.11$ eV の半導体である。以下の問いに答えよ。

(1) Si 原子の 1 個の質量m_{Si} [kg]を求めよ。
(2) 1 cm^3 中に含まれる Si 原子の個数を求めよ。
(3) 単位格子中の Si 原子の個数を求めよ。
(4) Si のE_gに対応する光の振動数f [Hz]と波長λ [m]を求めよ。

この Si 結晶に，価数が 5 のリン (P) を5.00×10^{16} cm^{-3}の均一な密度で添加した。ただし，Si の価数は 4 である。以下の問いに答えよ。

(5) 添加した P は室温ですべてイオン化され，これ以外での電子の生成は無いものとする。室温での多数キャリアである電子の密度n [cm^{-3}]を求めよ。
(6) 電気伝導率σを測定したところ$\sigma = 9.00$ S/cm であった。(5)で求めた電子密度nを使って，電子移動度μ [cm^2/V·s]を求めよ。
(7) 室温での Si の真性キャリア密度n_iは1.45×10^{10} cm^{-3}である。(5)で求めた電子密度nを使って，少数キャリアである正孔の密度p [cm^{-3}]を求めよ。

5．図 6 のような無限に深い障壁による幅 d の 1 次元井戸型ポテンシャルに閉じ込められたエネルギー E，質量 m_0 の電子について考える。井戸内に束縛されている電子の 1 次元の波動関数を $\psi(x)$ とすると，時間を含まないシュレディンガー方程式は

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = E\psi(x) \qquad \left(-\frac{d}{2} \le x \le \frac{d}{2}\right)$$

と表され，この一般解は $k = \sqrt{2m_0 E}/\hbar$ とおくと

$$\psi(x) = A\sin(kx) + B\cos(kx)$$

で与えられる。ここで，$\hbar$ はディラック定数（$\hbar = h/2\pi$），k は波数，A と B は係数である。以下の問いに答えよ。

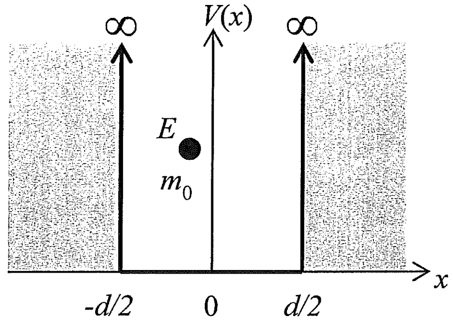

図 6

(1) $x = -d/2$ および $x = d/2$ での $\psi(x)$ の境界条件をそれぞれ示せ。

(2) n 番目の準位の波動関数を $\psi_n(x)$ とし，n が奇数（$n = 1,3,5,\cdots$）と偶数（$n = 2,4,6,\cdots$）の時の $\psi_n(x)$ をそれぞれ求めよ。ただし，係数 A と B は求めなくて良い。

(3) 電子のエネルギー固有値 E_n を m_0，d，n，$\hbar$ を用いて表せ。

(4) $n = 1$ と $n = 2$ の場合についての $\psi_n(x)$ の概形を $-d \le x \le d$ の範囲で描け。ただし，$A = B = 1$ とする。

6．面心立方格子（fcc）の基本並進ベクトル $\vec{a_1}$，$\vec{a_2}$，$\vec{a_3}$ は，$\vec{i}$，$\vec{j}$，$\vec{k}$ を x，y，z の各軸方向の単位ベクトル，a_0 を格子定数として，

$$\vec{a_1} = \frac{a_0}{2}\left(\vec{i} + \vec{j}\right) \qquad \vec{a_2} = \frac{a_0}{2}\left(\vec{j} + \vec{k}\right) \qquad \vec{a_3} = \frac{a_0}{2}\left(\vec{k} + \vec{i}\right)$$

で表される。以下の問いに答えよ。

(1) 面心立方格子を図示し，基本並進ベクトル $\vec{a_1}$，$\vec{a_2}$，$\vec{a_3}$ をその図中に示せ。

(2) $\vec{a_1}\cdot\left(\vec{a_2} \times \vec{a_3}\right)$ を求めよ。

(3) 逆格子ベクトル $\vec{b_1}$ は

$$\vec{b_1} = \frac{2\pi\left(\vec{a_2} \times \vec{a_3}\right)}{\vec{a_1}\cdot\left(\vec{a_2} \times \vec{a_3}\right)}$$

で与えられる。$\vec{b_1}$ を a_0，$\vec{i}$，$\vec{j}$，$\vec{k}$ を用いて表せ。

(4) (220)面の面間隔 d_{220} を a_0 を用いて表せ。

科目名：電気回路と電子回路

以下の各問題で，時間は t [s]，角周波数は ω [rad/s]，円周率は π，虚数単位は j とする。

7．図７のようなキャパシタンス C [F]　インダクタンス L [H]　抵抗 R [Ω]からなる回路が実効値 V_0 [V] (角周波数 ω [rad/s]) の交流電源に接続されている。以下の問いに答えよ。

(1) 図のように閉路電流 I_1[A]と I_2[A]をおいて，閉路方程式を書け。

(2) I_1 と I_2 を，それぞれ R, L, C, ω, V_0 を用いて表せ。

(3) 端子 1-1'から右を見た回路のインピーダンスを，R, L, C, ω を用いて表せ。

(4) 端子 2-2'から左を見た回路のテブナン等価電源回路を描け。

(5) この回路の力率を最大にする ω の条件を R, L, C を用いて示せ。

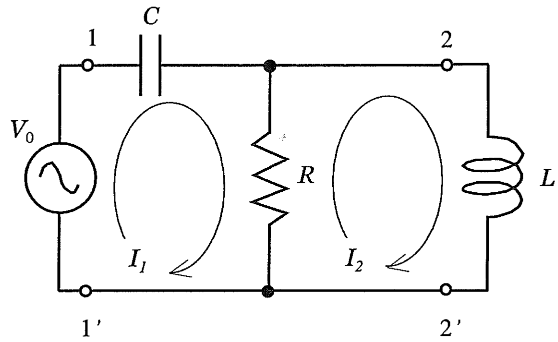

図７

8．図８のような直流電源 E [V]，インダクタンス L [H]，抵抗 R_1 [Ω]，R_2 [Ω]からなる回路があり，最初スイッチ S は閉じている。以下の問いに答えよ。

(1) R_1 に流れる電流 I_0 [A]を求めよ。

(2) $t=0$ でスイッチ S が開いた。$t \geqq 0$ でコイルに流れる電流 $i(t)$を求めよ。

(3) 点 A での電位 $V_A(t)$の時間変化の概略をグラフに表せ。ただし，縦軸に電位 $V_A(t)$，横軸に時間 t をとり，$t<0$ の時刻からの変化を描くこと。

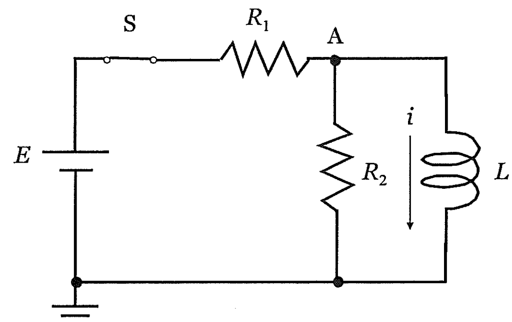

図８

9．図 9 (a)のトランジスタ増幅回路について以下の問いに答えよ。ただし，トランジスタの直流等価回路は図 9 (b)，交流等価回路は図 9 (c)で表されているものとする。また，$R_1 = 74$ [kΩ], $R_2 = 26$ [kΩ], $R_C = 4$ [kΩ], $R_E = 1$ [kΩ], $V_{CC} = 10$ [V], $V_{BE} = 0.6$ [V]とする。

(1) C_1 と C_2 の役割を述べよ。

(2) 直流バイアス電位 V_B, V_E, V_C を求めよ。

(3) 図 9 (a)の交流等価回路を描け。

(4) 入力インピーダンス $Z_i = v_1/i_1$ を，β, r_b, r_e, R_1, R_2, R_C, R_E の中から必要な記号を用いて表せ。

(5) 電圧利得 $A_v = v_2/v_1$ を，β, r_b, r_e, R_1, R_2, R_C, R_E の中から必要な記号を用いて表せ。

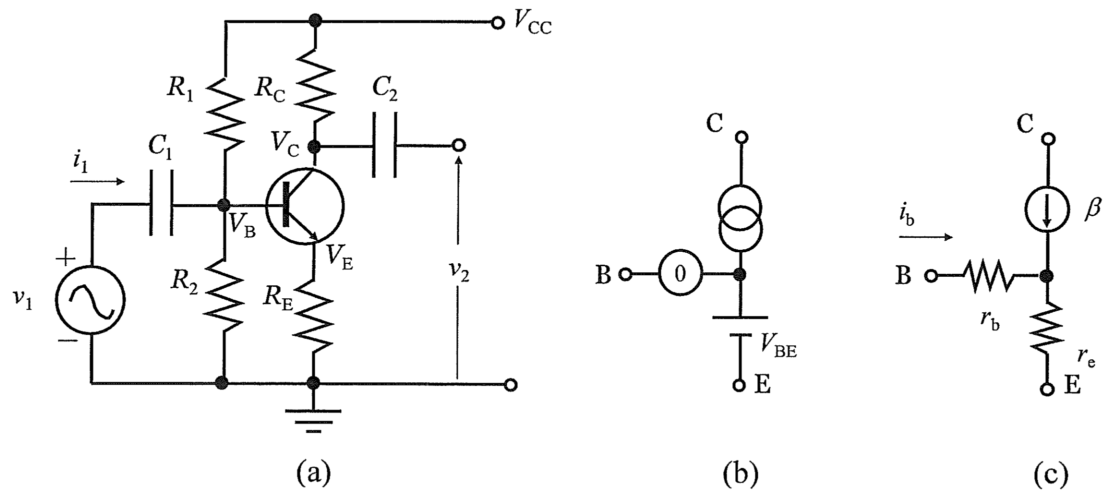

図 9