

平成31年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
(平成30年8月実施)

【機械システム工学専攻】

基礎科目
(数学)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は、1ページから2ページまでです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 監督者の指示に従って、解答用紙に受験番号を正しく記入してください。受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 解答用紙は1枚です。解答用紙の「受験科目」欄には、「数学」と記入してください。また、解答は表^{おもて}面から記入し、表^{おもて}面に書ききれない場合は裏面を使用しても構いません。
6. 計算によって答えを求めるときは、その過程も示してください。
7. 試験終了後、問題冊子および草案用紙は持ち帰ってください。

科目名：数 学

この科目の問題は3題あります。3題すべてを解答して下さい。

1. 次の問いに答えよ。

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ のすべての固有値を求めよ。また、これらの固有値

の中、最も小さい固有値と、最も大きい固有値に対応する固有ベクトルをそれぞれ求めよ。

(2) 関数 $f(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ e^{-x} & (x \geq 0) \end{cases}$ のフーリエ変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\omega x} dx$$

を求めよ。ただし、 ω は実数、 $i = \sqrt{-1}$ である。

(3) 領域 $D = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$ 上の二重積分

$$I = \iint_D \cos(y-x) dx dy$$

を求めよ。

2. 関数 $y(x)$ は微分方程式

$$\frac{dy}{dx} \sec^2 y + \tan y = x + 1$$

を満たす。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $\tan y = u$ とおくとき、関数 $u(x)$ が満たす微分方程式を求めよ。

(2) (1) の微分方程式を解くことにより、 $y(x)$ の一般解を求めよ。

(3) (2) で得られた一般解の中で、 $y(0) = \frac{\pi}{4}$ となる解を求めよ。

3. 実数 x, y の関数 $f(x, y) = (x + y)e^{-x^2 - y^2} + 31$ について, 次の問いに答えよ。

(1) 偏導関数 $f_x, f_y, f_{xx}, f_{yy}, f_{xy}$ を求めよ。

(2) $f_x(a, b) = f_y(a, b) = 0$ を満たす点 (a, b) を関数 $f(x, y)$ の停留点という。停留点をすべて求めよ。

(3) 関数 $f(x, y)$ の極値をすべて求めよ。また, その極値が極大値であるか, 極小値であるかを答えよ。