

平成30年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
(平成29年8月実施)

【電気電子工学専攻】

基礎科目

(数学)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は、1 ページから2 ページまでです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を正しく記入してください。
5. 解答用紙のおもて面には、既に受験科目名と問題番号が記入されています。解答は解答用紙のおもて面の所定の位置に記入してください。
6. 必要に応じて計算過程も記入してください。
7. 解答用紙は4枚あります。白紙も含めてすべて提出してください。
8. 試験終了後、問題冊子及び草案用紙は持ち帰ってください。

基礎科目：数学

1. 3×3 行列,

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えよ。

- (1) A の行列式 $|A|$ を求めよ。
- (2) A の逆行列 A^{-1} を求めよ。
- (3) A の固有値と、それに対応する固有ベクトルを求めよ。

2. $a > 0$ とするとき、関数 $f(x, y, z) = \frac{e^{-x^2-y^2-z^2}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ を,

領域 $D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ で積分した値を

$I = \iiint_D f(x, y, z) \, dx dy dz$ とする。また極座標変換を $x = r \sin \theta \cos \phi$,

$y = r \sin \theta \sin \phi$, $z = r \cos \theta$ とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $f(r, \theta, \phi)$ を求めよ。
- (2) 領域 D を極座標を使って表せ。 r, θ, ϕ の範囲を明示すること。
- (3) ヤコビアン $J = \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \theta, \phi)}$ を求めよ。
- (4) 積分 I を求めよ。

3. 微分方程式,

$$y = x \frac{dy}{dx} - \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + \frac{dy}{dx}$$

について, 以下の問いに答えよ。

- (1) 与式の両辺を x で微分し, 整理せよ。
- (2) 一般解および特異解を求めよ。
- (3) 「 $x = 1$ のとき $y = 2$ 」の条件で, 解をすべて求めよ。

4. $z = x + jy, w = u + jv$, (x, y, u, v は実数, 虚数単位 $j = \sqrt{-1}$) とする。

z 平面から w 平面への写像,

$$w = f(z) = \frac{z-1}{z+1}$$

について, 以下の問いに答えよ。

- (1) z を w の関数として表せ。
- (2) (1)で求めた関数に $z = x + jy, w = u + jv$ を代入し, x および y を u, v の関数として表せ。
- (3) a は実定数で $a \neq 0$ とする。 z 平面上の直線 $\{(x, y) \mid y = a\}$ は写像 $w = f(z)$ で w 平面上のある円の上に写される。この円の中心と半径を求めよ。
- (4) b は実定数で $b \geq 0$ とする。 z 平面上の直線 $\{(x, y) \mid x = b\}$ は写像 $w = f(z)$ で w 平面上のある円の上に写される。この円の中心と半径を求めよ。