平成３０年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
（平成２９年８月実施）

【電気電子工学専攻】

専門科目

（電磁気学，電子物性と量子物理，電気回路と電子回路）

注意事項

１．試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

２．この問題冊子の本文は，１ページから６ページまでです。

３．試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

４．監督者の指示に従って，すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を正しく記入してください。

５．解答用紙のおもて面には、既に受験科目名と問題番号が記入されています。解答は解答用紙のおもて面の所定の位置に記入してください。

６．必要に応じて計算過程も記入してください。

７．解答用紙は８枚あります。白紙も含めてすべて提出してください。

８．試験終了後，問題冊子及び草案用紙は持ち帰ってください。

科目名： 電磁気学

1.　図1に示すように，$z=3d$ と $z=0$ に z 軸に垂直に置かれた面積 S の薄い平板電極からなる平行平板コンデンサーがある。電極間の領域 $3d>z>2d$, $2d \geqq z \geqq d$, $d>z>0$ をそれぞれ領域 I，領域 II，領域 III とする。領域 II には電極と同じ大きさで厚さ d の誘電体が挿入されており，領域 I および III は真空である。上部電極に正電荷 Q ($Q>0$) が，下部電極に負電荷 $-Q$ が蓄えられているとき，以下の問いに答えよ。ただし，真空の誘電率を ε_0，誘電体の誘電率を ε, z 軸方向の単位ベクトルを $\hat{z}$ とする。また，電極間距離に比べて電極の大きさが十分大きく，電極端の影響は無視してよい。すべての単位は SI 単位系を用いる。

(1)　領域 I の電界と電束密度をそれぞれ $\vec{E}_1$，$\vec{D}_1$ とするとき，$\vec{E}_1$ を $\vec{D}_1$ を用いて表せ。

(2)　領域 II の電界と電束密度をそれぞれ $\vec{E}_2$，$\vec{D}_2$，領域 III の電界と電束密度をそれぞれ $\vec{E}_3$，$\vec{D}_3$ とする。$\vec{E}_2$ と $\vec{E}_3$ の関係式，および $\vec{D}_2$ と $\vec{D}_3$ の関係式を記せ。

(3)　$\vec{E}_2$ を d, S, Q, ε_0, ε, $\hat{z}$ の中から必要な記号を用いて表せ。

(4)　電極間の電位差 V_1 を d, S, Q, ε_0, ε, $\hat{z}$ の中から必要な記号を用いて表せ。

(5)　平行平板コンデンサーの静電容量 C_1 を d, S, Q, ε_0, ε, $\hat{z}$ の中から必要な記号を用いて表せ。

(6)　領域 II の単位体積当たりの静電エネルギー u を d, S, Q, ε_0, ε, $\hat{z}$ の中から必要な記号を用いて表せ。

(7)　コンデンサーに蓄えられる全エネルギー U を d, S, Q, ε_0, ε, $\hat{z}$ の中から必要な記号を用いて表せ。

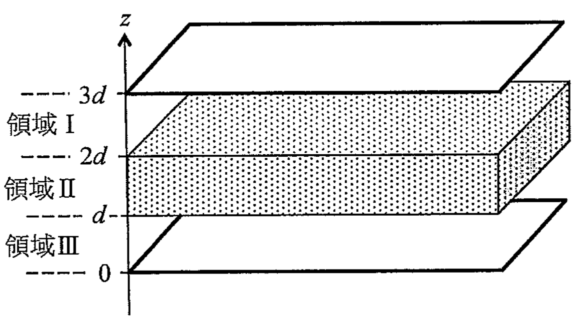

図1

領域 II に誘電体の代わりに同じ大きさの完全導体を挿入したとき，以下の問いに答えよ。

(8) 電極間の電位差 V_2 を $d,\ S,\ Q,\ \varepsilon_0,\ \varepsilon,\ \hat{z}$ の中から必要な記号を用いて表せ。

(9) コンデンサーの静電容量 C_2 を $d,\ S,\ Q,\ \varepsilon_0,\ \varepsilon,\ \hat{z}$ の中から必要な記号を用いて表せ。

2. 次の設問に答えよ。ただし，磁束は磁心から漏れないものとし，各磁性体内では磁束は一様とする。また，すべての単位はSI単位系を用いる。

図２に示すように，２種類の磁性体（磁性体A，磁性体B）で構成された磁路長 d のリング状の磁心がある。磁性体 A の断面積，透磁率はそれぞれ $S,\ \mu_1$ であり，磁性体 B はそれぞれ $S,\ \mu_2$ である。この磁心にはコイルが n 回巻いてある。コイルに電流 I が流れているとき，以下の問いに答えよ。ただし，磁性体 A 内の磁界，磁束密度の大きさをそれぞれ $H_1,\ B_1$，磁性体 B 内の磁界，磁束密度の大きさをそれぞれ $H_2,\ B_2$ とする。

(1) 境界条件より，H_1 と H_2 の関係式，および，B_1 と B_2 の関係式を記せ。

(2) $H_1,\ H_2$ のそれぞれを $d,\ I,\ n,\ S,\ \mu_1,\ \mu_2$ から必要な記号を用いて表せ。

(3) 磁心を通る磁束 ϕ を $d,\ I,\ n,\ S,\ \mu_1,\ \mu_2$ から必要な記号を用いて表せ。

(4) コイルのインダクタンス L を $d,\ I,\ n,\ S,\ \mu_1,\ \mu_2$ から必要な記号を用いて表せ。

(5) 磁性体 A, B の各部分に蓄えられる単位体積あたりのエネルギー u_1, u_2 を $d,\ I,\ n,\ S,\ \mu_1,\ \mu_2$ から必要な記号を用いて表せ。

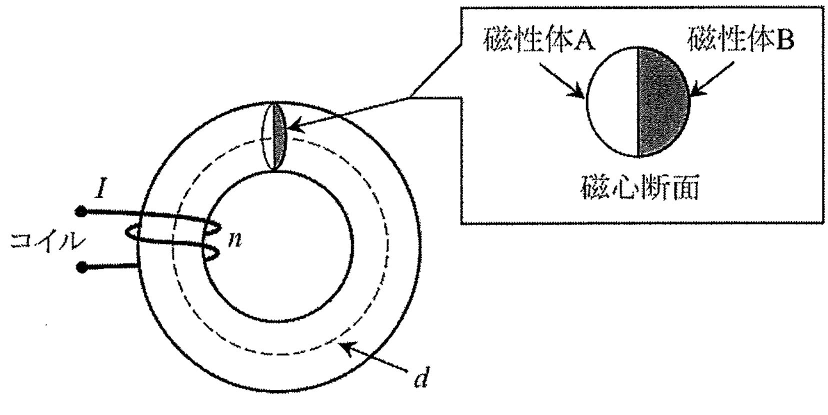

図２

図３に示すように，透磁率μ_3の一様な磁性体からなる断面積S，磁路長dのリング状の磁心がある。磁心の左側には n 回巻きのコイル１が，磁心の右側には m 回巻きのコイル２が巻いてある。コイル１に流れる電流が$I(t)=I_0\sin(\omega t)$ で時間変化するとき，以下の問いに答えよ。ただし，電圧計の内部抵抗が充分大きく，コイル２には電流が流れないものとする。

(6) コイル２に鎖交する磁束ϕ_2を d，$I(t)$，m，n，S，μ_3 から必要な記号を用いて表せ。

(7) コイル２に誘起される起電力 $V(t)$の振幅の大きさの最大値 V_0を d，I_0，m，n，S，μ_3，ωから必要な記号を用いて表せ。

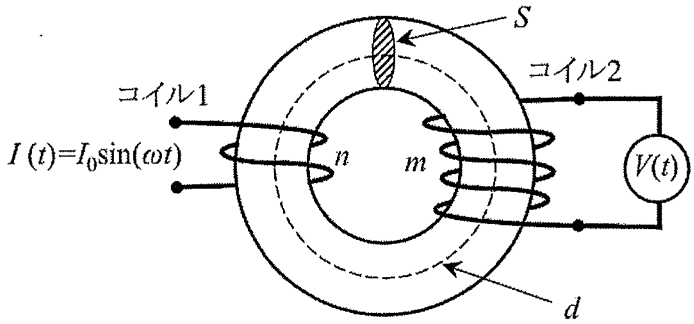

図３

科目名：電子物性と量子物理

数値を求めるときは次の物理定数を用いてよい。また，$\pi = 3.142$，$\sqrt{2} = 1.414$，$\sqrt{3} = 1.732$ とする。

真空中の光速度	$c = 2.998\times10^{8}$ m s^{-1}	ボルツマン定数	$k_B = 1.381\times10^{-23}$ J K^{-1}
アボガドロ数	$N_A = 6.022\times10^{23}$ mol^{-1}	真空の透磁率	$\mu_0 = 1.257\times10^{-6}$ H m^{-1}
プランク定数	$h = 6.626\times10^{-34}$ J s	電子の静止質量	$m_0 = 9.109\times10^{-31}$ kg
真空の誘電率	$\varepsilon_0 = 8.854\times10^{-12}$ F m^{-1}	電子の電荷	$-e = -1.602\times10^{-19}$ C

3．図 4 のように，真空中に電極間隔 d [m] の平行平板電極があり，両電極間には V [V] の直流電圧による一様な電界が印加されている。また，この電極間には z 軸に平行な静磁場も一様に印加されており，その大きさは B [T] である。質量 m，電荷 $-e$ の電子が下部電極の微小な穴から初速度 $\vec{v}_0 = v_0\vec{i}$ [m/s] で電極内に放出された後，図 4 のように，電子は x-y 平面に対して平行に速度 $\vec{v}$ [m/s] で運動した。以下の問いに答えよ。ただし，$\vec{i}$，$\vec{j}$，$\vec{k}$ はそれぞれ x, y, z 軸方向の単位ベクトルである。

(1) 電極間は電界が一様であるとして，電界の大きさ $|\vec{E}|$ [V/m] と電子が電界より受けるクーロン力の大きさ $|\vec{F}_C|$ [N] を，それぞれ e, V, d を用いて表せ。

(2) 静磁場によって運動する電子が受けるローレンツ力 $\vec{F}_L$ [N] を，$\vec{B}, e, \vec{v}$ を用いて表せ。

(3) 静磁場 $\vec{B}$ を，B, $\vec{k}$ を用いて表せ。

(4) 平行平板間における電子の運動方程式を x, y, z 方向それぞれについて示せ。

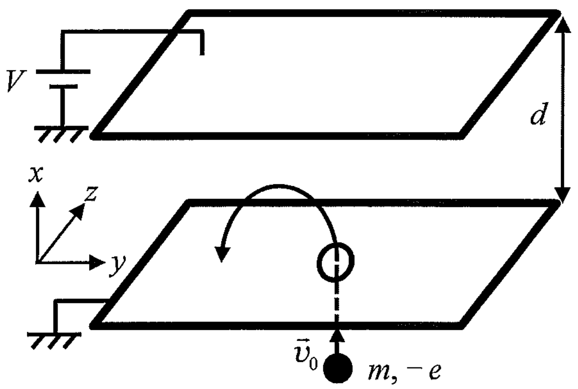

図 4

4．以下の問いに答えよ。

(1) 真空中で伝搬する周波数 $f = 1.00$ THz の電磁波の波長 λ_1 [m] の値を求めよ。

(2) 格子定数 $a_0 = 3.345\times10^{-10}$ m の単純立方格子における (111) 面の面間隔 d_{111} [m] の値を求めよ。また，波長 $\lambda_2 = 1.54178\times10^{-10}$ m の X 線をこの単純立方格子の (111) 面に照射したとき，ブラッグの条件を満たす最小の $\sin\theta$ の値を求めよ。ここで，θ は X 線と単純立方格子の (111) 面のなす角度である。

5．固体中の自由電子のエネルギー分布則（フェルミ・ディラック分布関数：$f_{FD}(E)$ ）及び，状態密度関数（$Z(E)$）は，それぞれ次式で表される。

$$f_{FD}(E)=\frac{1}{1+\exp\left(\frac{E-E_F}{k_B T}\right)}, \qquad Z(E)=\frac{4\pi(2m)^{\frac{3}{2}}}{h^3}E^{\frac{1}{2}}$$

ここで，T は絶対温度，E_F はフェルミエネルギーである。以下の問いに答えよ。

(1) $f_{FD}(E)$及び$Z(E)$について，それぞれ横軸にE（$0 \leqq E \leqq 2E_F$）とした場合のグラフの概形を図示せよ。ただし，$0 < k_B T << E_F$ とする。

(2) 固体中の自由電子密度 n は，

$$n=\int_0^\infty f_{FD}(E)Z(E)dE$$

で表される。$T=0$ K におけるフェルミエネルギー E_{F0} を，$T=0$ K における自由電子密度 n_0, m, h を用いた式で表せ。

6．図5のようなx軸に沿った1次元段差ポテンシャル（高さV_0）に，$x=-\infty$から質量m，エネルギー E（$E>V_0$）の電子が飛来する量子力学モデルを考える。$x<0$，及び $x \geqq 0$ の各領域における時間に依存しない1次元のシュレディンガー方程式は，

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\Psi_1(x)}{dx^2}=-\dfrac{2mE}{\hbar^2}\Psi_1(x) & (x<0) \\ \dfrac{d^2\Psi_2(x)}{dx^2}=-\dfrac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}\Psi_2(x) & (x \geqq 0) \end{cases}$$

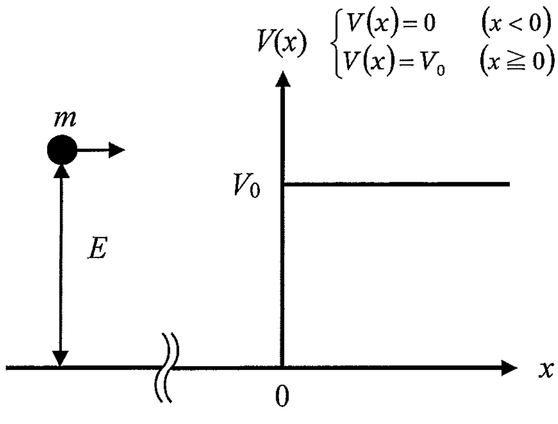

図5

で与えられる。ここで，Ψ_1 及び Ψ_2 は各領域での波動関数であり，$\hbar=h/2\pi$ である。次の問いに答えよ。

(1) 2つのシュレディンガー方程式の一般解が各領域での波数 k_1 及び k_2 を用いて以下のように表されるとき，k_1 及び k_2 を，$\hbar, m, E, V_0$ の中から適切な記号を用いてそれぞれ表せ。ただし，A, B, C, D はそれぞれ複素定数であり，$j=\sqrt{-1}$ である。

$$\Psi_1(x)=A\exp(jk_1x)+B\exp(-jk_1x) \qquad (x<0)$$
$$\Psi_2(x)=C\exp(jk_2x)+D\exp(-jk_2x) \qquad (x \geqq 0)$$

(2) $x=0$で波動関数が連続で，滑らかであるという2つの境界条件を，Ψ_1とΨ_2を用いてそれぞれ表せ。

(3) $x=0$で電子は反射，透過する。その反射率 R，及び透過率 T を，k_1，k_2 を用いてそれぞれ表せ。

科目名：電気回路と電子回路

以下の各問題で，時間は t[s]，角周波数は ω[rad/s]，円周率は π，虚数単位は j とする。

7．図６の回路において正弦的に時間変化する電圧 $v_1(t)$，$v_2(t)$ 及び電流 $i_1(t)$，$i_2(t)$ のフェーザ表示をそれぞれ V_1，V_2 及び I_1，I_2 とする。

(1) $\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix}$ となる継続行列の成分 A，B，C，D を求めよ。

(2) 端子 2-2'間に抵抗 R を接続した時の電圧伝達関数 V_2/V_1 を求めよ。

(3) 端子 2-2'間に抵抗 $R=50$ [Ω]を接続した状態で，端子 1-1'間に正弦波交流電圧 $v_1(t)=10\sqrt{2}\sin(100t)$ [V]を印加した。この時の $v_2(t)$ を求めよ。ただし，r=200[Ω]，C_1=50[μF]，L=100[mH] とする。

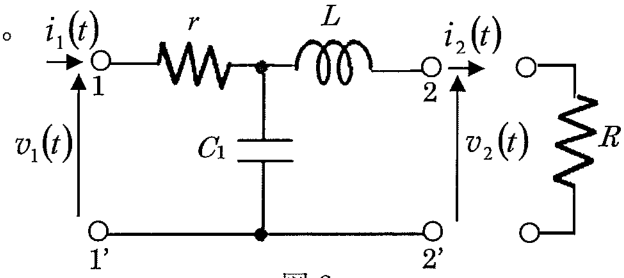

図６

8．図７はエンハンスメント型 MOS-FET（電界効果トランジスタ）を用いた電圧増幅回路の例である。図中 D，G 及び S はそれぞれ FET のドレイン，ゲート及びソースを，V_1，V_2 は交流電圧のフェーザ表示を，$+V_{DD}$ は直流電源電圧（一定）を表している。

(1) FET 単体の簡易な交流等価回路は，ドレイン抵抗 r_d と相互コンダクタンス $-g_m$ の電圧制御電流源を用いて図８のように表現される。同図中，v_{GS} はゲート・ソース間の電圧である。これを用いて，図７の電圧増幅回路全体の交流等価回路を，直流阻止コンデンサー C_1 及び C_2，並びにバイパスコンデンサー C_s を含む形で示せ。

(2) C_1，C_2 及び C_s の静電容量は十分大きく，この増幅回路の使用周波数領域では，それらのインピーダンスが無視できるほど小さいとして，設問(1)で示した交流等価回路をさらに簡略化せよ。

(3) 図８の FET 単体の等価回路を，電圧制御電圧源とドレイン抵抗 r_d を用いた等価回路に描き直せ。

(4) 設問(2)で簡略化された電圧増幅回路全体の等価回路において，g_m=4[mS]，r_d=150[kΩ]，R_L=50[kΩ]，R_s=10[kΩ]，R_d=80[kΩ] 及び R_g=20[kΩ] として，この回路の電圧伝達関数（増幅率）V_2／V_1 を求めよ。

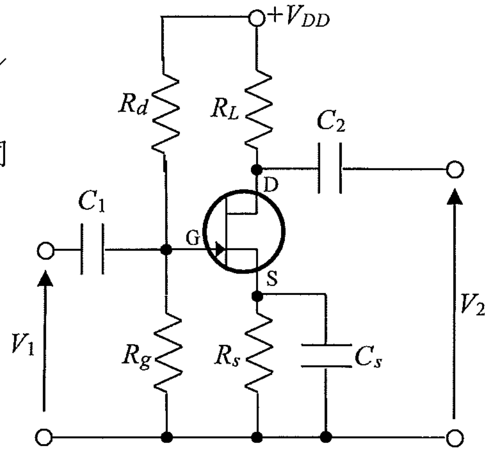

図７

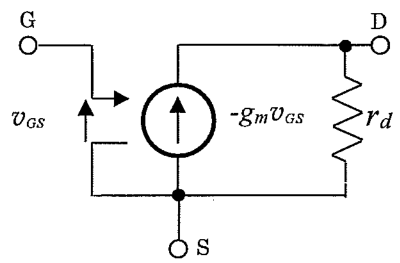

図８