

令和3年度入学者選抜試験問題
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程
(令和2年10月実施)

【情報・エレクトロニクス専攻】

基礎科目

(数学)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は、1ページから5ページまでです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を正しく記入してください。受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 「微分積分」と「線形代数」は必ず解答してください。「微分方程式」「ベクトル解析」「確率統計」の3科目から1科目を選択して解答してください。
6. 解答用紙は3枚あります。1科目につき1枚とし、選択科目については「受験科目」欄に選択した科目名（「微分方程式」「ベクトル解析」「確率統計」）を記入してください。
7. 試験終了後、問題冊子および草案用紙は持ち帰ってください。

(問題訂正)

(誤)

3. 微分方程式 (選択)

(1) 次の微分方程式

$$\frac{dy(x)}{dx} = -2xy(x)$$

が与えられているとき、 $y(x)$ を求めよ。ただし、 $y(0) = 5$ とする。

(2) y が時間の関数となっている次の微分方程式

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 9y(t) = 0$$

が与えられているとき、以下の問いに答えよ。

(a) この微分方程式の特性方程式を示せ。

(b) (a)の定常解と2つの任意定数を用いて一般解を示せ。

(c) (b)の微分方程式において、 $y(0) = 10$ $y(2) = 14e^{-6}$ のとき $y(t)$ を求めよ。

(d) (c)で求めた $y(t)$ が十分に時間が経過したときの値を求めよ。

(正)

3. 微分方程式 (選択)

(1) 1 階常微分方程式 :

$$\frac{dy}{dx} = -2xy$$

を初期条件 $y(0) = 5$ のもとで解け.

(2) 2 階常微分方程式 :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 9y = 0 \quad (\text{A})$$

について, 次の問いに答えよ.

- (a) (A) の特性方程式を書け.
- (b) (A) の一般解を求めよ.
- (c) (A) を境界条件 $y(0) = 10, y(2) = 14e^{-6}$ のもとで解け.
- (d) 極限值 $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x)$ を求めよ.

1. 微分積分 (必修)

(1) 次の関数を微分せよ。

$$\frac{3x - 1}{x^2 - 2}$$

(2) 次の関数の不定積分を求めよ。

$$e^{-x} \cos 3x$$

(3) 次の2重積分を求めよ。

$$\iint_D x dx dy \quad D = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2x - x^2\}$$

2. 線形代数 (必修)

以下の行列 A について答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

(1) 行列 A の固有値を求めよ。

(2) $S = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 、 $N = A - S$ とするとき、 $SN = NS$ となることを示せ。

(3) A^6 を求めよ。

3. 微分方程式 (選択)

(1) 次の微分方程式

$$\frac{dy(x)}{dx} = -2xy(x)$$

が与えられているとき、 $y(x)$ を求めよ。ただし、 $y(0) = 5$ とする。

(2) y が時間の関数となっている次の微分方程式

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 9y(t) = 0$$

が与えられているとき、以下の問いに答えよ。

(a) この微分方程式の特性方程式を示せ。

(b) (a)の定常解と2つの任意定数を用いて一般解を示せ。

(c) (b)の微分方程式において、 $y(0) = 10$ $y(2) = 14e^{-6}$ のとき $y(t)$ を求めよ。

(d) (c)で求めた $y(t)$ が十分に時間が経過したときの値を求めよ。

4. ベクトル解析 (選択)

直交座標系でのスカラ量として

$$f(x, y, z) = xz^3 + x^2y$$

が与えられているとき、以下の問いに答えよ。ただし、直交座標系の単位ベクトルは $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ とする。

- (1) 勾配ベクトル $\vec{A} = \nabla f$ を求めよ。
- (2) $\text{div } \vec{A}$ を求めよ。
- (3) $\text{rot } \vec{A}$ を求めよ。
- (4) 座標 $(1, 1, 1)$ での \vec{A} の大きさ $|\vec{A}|$ を求めよ。

5. 確率統計 (選択)

ジョーカーを除く通常のトランプ 52 枚を考える。

- (1) 無作為に 2 枚のカードを引いたとき、1 枚のカードの数字が 1 だったとする。もう 1 枚のカードの数字も 1 である確率を求めよ。
- (2) 引いたカードの数字を n として、その値に応じた点数が以下の式

$$f(n) = \sin \frac{n\pi}{3}$$

で与えられるとき、引いた 1 枚のカードに対する点数 $f(n)$ の期待値 $E[f(n)]$ を求めよ。

- (3) 引いたカードの数字 n を離散型確率変数として、その確率 $g(n)$ が数字の大きさに比例 ($g(n) = cn$) しているとき、 $g(n)$ が確率密度関数となるように比例定数 c を定めよ。