

令和3年度入学者選抜試験問題

工 学 部

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子の本文は、1ページから4ページまでです。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れなどに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 4 監督者の指示にしたがって、解答用紙に大学受験番号を正しく記入してください。
大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点されないことがあります。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

〔1〕 次の問いに答えよ。

(1) 定積分 $\int_{-3}^2 (x^2 - 2|x - 1|) dx$ を求めよ。

(2) 空間において、3点 $A(-1, -1, 1)$, $B(a - 1, b + 1, 3)$, $C(b, a, -3)$ が一直線上にあるとき、 a, b の値を求めよ。

(3) 5進法と7進法で表すと、ある自然数 n はともに2桁の数になり、1桁目の数字と2桁目の数字の並びが互いに逆になる。 n を10進法で表せ。

[2] 1 辺の長さが 1 の正四面体 OABC において、辺 AB, OB, OC, AC を $t : (1 - t)$ ($0 < t < 1$) に内分する点をそれぞれ P, Q, R, S とする。次の問いに答えよ。

(1) \overrightarrow{OP} , \overrightarrow{OQ} , \overrightarrow{OR} , \overrightarrow{OS} を \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} および t を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{QR}$, $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$ を示せ。

(3) \overrightarrow{PQ} と \overrightarrow{QR} のなす角を求めよ。

(4) 四角形 PQRS の面積を t の式で表し、その最大値を求めよ。

〔3〕 連続関数 $f(x)$ が

$$f(x) = 2x^3 - 4x + \int_0^2 f(t) dt \quad \dots\dots(*)$$

を満たすとき、次の問いに答えよ。

- (1) 等式 (*) を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。
- (2) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (3) $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ における $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。
- (4) xy 平面上の曲線 $y = f(x)$ ($x \leq 0$) と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

[4] 数列 $\{S_n\}$ を

$$S_1 = 2, S_2 = 8, S_n - S_{n-2} = 2n^2 \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

で定め、数列 $\{T_n\}$ を

$$T_n = \begin{cases} \sum_{k=1}^m (2k-1)^2 & (n = 2m-1 \text{ のとき}) \\ \sum_{k=1}^m (2k)^2 & (n = 2m \text{ のとき}) \end{cases}$$

で定める。ただし、 $m = 1, 2, 3, \dots$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $S_n = 2T_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を示せ。

(2) $T_n = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を示せ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和が S_n に等しいとき、数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。