

令和6年度入学者選抜試験問題  
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程  
(令和5年8月実施)

【情報・エレクトロニクス専攻】

基礎科目

(数学)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は、1ページから4ページまでです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を正しく記入してください。  
受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 「微分積分」と「線形代数」は必ず解答してください。  
「ベクトル解析」、「情報数学」の2科目から1科目を選択して解答してください。
6. 解答用紙は3枚あります。1科目につき1枚とし、選択科目については「科目名」欄に選択した科目名（「ベクトル解析」、「情報数学」）を記入し、

問題
----

の空欄には選択した問題番号を記入してください。
7. 解答は必ずおもて面の太線の下に記入してください。
8. 試験終了後、問題冊子および草案用紙は持ち帰ってください。

令和5年度入学者選抜試験問題  
山形大学大学院理工学研究科博士前期課程  
(10月入学)  
(令和5年8月実施)

【情報・エレクトロニクス専攻】

基礎科目

(数学)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は、1ページから4ページまでです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を正しく記入してください。  
受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 「微分積分」と「線形代数」は必ず解答してください。  
「ベクトル解析」、「情報数学」の2科目から1科目を選択して解答してください。
6. 解答用紙は3枚あります。1科目につき1枚とし、選択科目については「科目名」欄に選択した科目名（「ベクトル解析」、「情報数学」）を記入し、

問題
----

の空欄には選択した問題番号を記入してください。
7. 解答は必ずおもて面の太線の下に記入してください。
8. 試験終了後、問題冊子および草案用紙は持ち帰ってください。



問題 1 微分積分

$xy$  平面上の領域：

$$D = \{(x, y) \mid x \leq y \leq 4x, 1 \leq xy \leq 3\}$$

が、変数変換  $u = xy, v = \frac{y}{x}$  によって、 $uv$  平面上の領域  $E$  に対応する。 $D$  上の 2 重積分：

$$I = \iint_D x^2 e^{-x^2 y^2} dx dy$$

について、次の問いに答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底である。

(1)  $xy$  平面上に領域  $D$  を図示せよ。

(2)  $uv$  平面上に領域  $E$  を図示せよ。

(3) ヤコビアン  $\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x}$  と  $\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = \frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v} \frac{\partial y}{\partial u}$  を  $v$  の式で表せ。

(4)  $I = \frac{1}{2} \iint_E \frac{u}{v^2} e^{-u^2} du dv$  を示せ。

(5)  $I$  の値を求めよ。

## 問題 2 線形代数

実数  $\alpha, \beta$  が  $|\alpha| > |\beta|$  を満たすとき, 行列  $A = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha\beta \\ 1 & \alpha + \beta \end{pmatrix}$  について, 次の問いに答えよ。

- (1)  $A$  の固有値が  $\alpha$  と  $\beta$  であることを示せ。
- (2)  $A$  の固有ベクトルを  $\alpha$  と  $\beta$  の式で表せ。
- (3)  $P^{-1}AP$  を対角行列にする正則行列  $P$  を1つだけ求め,  $\alpha$  と  $\beta$  の式で表せ。
- (4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\alpha^n} A^n$  を  $\alpha$  と  $\beta$  の式で表せ。ただし,  $n$  は自然数である。

問題3 ベクトル解析（選択問題）

$xyz$ 空間において、 $x, y, z$ 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ $i, j, k$ とする。

ベクトル場 $\mathbf{A}(x, y, z) = (axy - z^3)\mathbf{i} + (a - 2)x^2\mathbf{j} + bxz^2\mathbf{k}$ が $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{0}$ を満たすとき、次の問いに答えよ。ただし、 $a, b$ は定数である。

(1)  $a, b$ の値を求めよ。

(2) スカラー場 $\phi(x, y, z) = 2x^2y - xz^3$ に対して、 $\mathbf{A} = \nabla\phi$ を示せ。

(3) 滑らかな単一閉曲線 $C_0$ に対して、 $\int_{C_0} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r} = 0$ を示せ。

(4) 点 $(1, 1, 1)$ を始点、点 $(2, 2, 1)$ を終点とする滑らかな曲線 $C_1$ に対して、線積分 $\int_{C_1} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ の値を求めよ。

#### 問題 4 情報数学 (選択問題)

(1)  $E$  を 36 の正の約数の集合とする。  $m \in E, n \in E$  に対して、  $m$  が  $n$  の約数であることを  $mRn$  で表すとき、 次の問いに答えよ。

(a) 集合  $E$  の要素をすべて列挙せよ。

(b) 集合  $E$  上で関係  $R$  が反対称律を満たすことを示せ。

(c) 半順序集合  $(E, R)$  の Hasse 図を描け。

(2)  $p, q$  を命題とするとき、 真理値表を用いて次の関係式を示せ。ただし、  $\sim$  は否定を表すものとする。

(a)  $[p \rightarrow q] \iff [(\sim q) \rightarrow (\sim p)]$

(b)  $[p \vee q] \iff [p \vee ((\sim p) \wedge q)]$

(3) 次の問いに答えよ。

(a) 1次不定方程式  $5x + 3 = 7y + 2$  の整数解をすべて求めよ。

(b) 5 と 7 で割ったときの余りがそれぞれ 3 と 2 になる最小の自然数を求めよ。