

平成 26 年度入学者選抜試験問題

工 学 部

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子の本文は、1 ページから 4 ページまでです。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れなどに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 4 監督者の指示にしたがって、解答用紙に**大学受験番号**を正しく記入してください。
大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点されないことがあります。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

〔1〕 次の問いに答えよ。

(1) 2 次方程式 $x^2 - 3x + 4 = 0$ の 2 つの解を α, β とするとき、 $\frac{\beta}{\alpha-1} + \frac{\alpha}{\beta-1}$ の値を求めよ。

(2) x が自然数のとき、不等式 $(\sqrt{x} - \sqrt{2})^2 < 1$ を満たす x の値をすべて求めよ。

(3) $\triangle ABC$ の内部の点 P について、 $4\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB} + 5\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{0}$ が成り立っている。
 $\triangle ABC$ の面積が 1 であるとき、 $\triangle PAB$ の面積を求めよ。

〔2〕 xy 平面上に曲線 $C : y = \sqrt{x}$ がある。曲線 C 上の点 $P(t, \sqrt{t})$ ($t > 0$) における接線を l とする。さらに、直線 l と x 軸の交点を Q とする。次の問いに答えよ。

(1) 接線 l の方程式を求めよ。

(2) 点 Q の座標を t を用いて表せ。

(3) 点 P から x 軸に下ろした垂線を PR とするとき、 $\triangle PQR$ を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を t を用いて表せ。

(4) 曲線 C 、直線 l および x 軸で囲まれた図形を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を t を用いて表せ。

[3] 行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 8 & 13 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 1 & b \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ が等式 $AP = PB$ を満たしている。次の問いに答えよ。ただし、 a, b は実数で、 $b \neq -4$ とする。

(1) 行列 P の逆行列を b を用いて表せ。

(2) a, b の値を求めよ。

(3) 自然数 n に対して、 A^n を求めよ。

〔4〕 $\triangle A_1B_1C$ は、 $B_1C = \sqrt{2}$, $\angle B_1A_1C = \frac{\pi}{2}$, $\angle A_1B_1C = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) を満たす。

下図のように、点 A_1 から辺 B_1C に下ろした垂線を A_1B_2 とし、点 B_2 から辺 A_1C に下ろした垂線を B_2A_2 とする。次に、点 A_2 から辺 B_1C に下ろした垂線を A_2B_3 とし、点 B_3 から辺 A_1C に下ろした垂線を B_3A_3 とする。この操作を繰り返し、辺 A_1C 上に点 $A_2, A_3, A_4, \dots$ を、辺 B_1C 上に点 $B_2, B_3, B_4, \dots$ を定める。自然数 n に対し、 $\triangle A_nB_nB_{n+1}$ の面積を S_n とし、これらの面積の総和を $T = \sum_{n=1}^{\infty} S_n$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $S_1 = \sin \theta \cos^3 \theta$, $S_2 = \sin^5 \theta \cos^3 \theta$ を示し、一般項 S_n を求めよ。

(2) $T = \frac{\sin \theta \cos \theta}{1 + \sin^2 \theta}$ を示せ。

(3) θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき、 T の最大値を求めよ。

