

平成 28 年度入学者選抜試験問題

工 学 部

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子の本文は、1 ページから 4 ページまでです。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れなどに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 4 監督者の指示にしたがって、解答用紙に大学受験番号を正しく記入してください。
大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点されないことがあります。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

〔1〕 次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x) = x^3 - 2kx^2 + (k+3)x + 5$ が極値をもたないように、定数 k の値の範囲を定めよ。

(2) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos 3x \cos x| dx$ を求めよ。

(3) 複素数 z が $|z - 2i| = 2$ を満たすとき、 $|z - 2\sqrt{3}|$ の最大値と最小値を求めよ。
また、そのときの z の値を求めよ。ただし、 i は虚数単位である。

〔2〕 すべての実数 x に対して微分可能な関数 $f(x)$ が等式

$$e^{-x}f(x) + \int_0^x e^{-t}f(t) dt = 1 + e^{-2x}(3\sin x - \cos x)$$

を満たすとき、次の問いに答えよ。ただし、 e は自然対数の底である。

(1) $f(0)$ を求めよ。

(2) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(3) $e^{-x}\sin x$ の導関数を求めよ。さらに、 $f(x)$ を求めよ。

〔3〕 $AB = 6$, $BC = 3$, $CD = x$, $DA = 5 - x$ ($0 < x < 5$) を満たす四角形 $ABCD$ が円に内接している。四角形 $ABCD$ の面積を $S(x)$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\cos \angle BAD + \cos \angle BCD = 0$ を示せ。

(2) $\cos \angle BAD = \frac{26 - 5x}{3(10 - x)}$ を示せ。

(3) $S(x)$ を求めよ。

(4) $S(x)$ の最大値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

〔4〕 $AB = BC = 2$, $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ とする $\triangle ABC$ がある。辺 AC 上に A と異なる点 E をとり、 E から辺 AB に垂線 EF を下ろし、 $EF = AF = x$ ($0 < x \leq 2$) とする。また、線分 AF の F を越える延長上に $AG = 2AF$ となる点 G をとる。 EF, FG を 2 辺とする正方形 $EFGH$ と $\triangle ABC$ の共通部分の面積を $S(x)$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $S(x)$ を求めよ。

(2) xy 平面において、連立不等式 $0 \leq y \leq S(x)$, $x \geq \frac{1}{2}$ の表す領域 D を考える。
点 $(1, 1)$ を通り、 D の面積を二等分する直線を l とする。

(i) D の面積を求めよ。

(ii) 直線 l の方程式を求めよ。