

平成29年度入学者選抜試験問題  
山形大学大学院有機材料システム研究科博士前期課程  
(平成28年8月実施)

【有機材料システム専攻】

基礎科目

(数学, 有機化学, 物理化学)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は1ページから13ページまで、3科目あります。
3. 「数学」「有機化学」「物理化学」の3科目から**2科目を選択**して解答してください。それぞれの科目には、大問〔1〕〔2〕があります。
4. 解答用紙は6枚あります。それぞれの解答用紙には科目名と問題番号が指定してありますので、その問題以外の解答は記入しないでください。裏面を使用しても構いません。試験終了時、選択していない科目の解答用紙も回収します。
5. 監督者の指示にしたがって、**全ての**解答用紙に受験番号を正しく記入してください。受験番号が正しく記入されていない場合は、採点されないことがあります。
6. 計算によって答えを求めるときは、その過程も示してください。
7. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
8. 試験終了後、問題冊子と草案用紙は持ち帰ってください。



# 数 学

## 数学〔1〕

1. 次の  $y = y(x)$  に対する 1 階常微分方程式

$$(*) \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{\cos^2 y \cdot \tan y}{\cos^2 x \cdot \tan x}$$

について、以下の問いに答えよ。

- (1) 関数  $f(x) = \log |\tan x|$  の導関数を求めよ。ただし、対数は自然対数である。  
(2) (1) を用いて、微分方程式 (\*) の一般解を求めよ。

2. 次の重積分の値を求めよ。ただし、 $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq x^2\}$  とする。

$$\iint_D \frac{y-2}{x} dx dy$$

## 数学〔2〕

1. 2次正方行列  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$  について、以下の問いに答えよ。

(1)  $A$  の固有値を求めよ。

(2)  $\text{Ker}A$ ,  $\text{Im}A$  をそれぞれ、 $A$  の核空間、像空間、つまり

$$\text{Ker}A = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$
$$\text{Im}A = \left\{ A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2 \right\}$$

とすると、それぞれの空間の次元  $\dim \text{Ker}A$ ,  $\dim \text{Im}A$  を求めよ。

2. 周期  $2\pi$  の周期関数  $f(x)$  は、 $-\pi < x \leq \pi$  のとき  $f(x) = |x|$  を満たす。

以下の問いに答えよ。

(1) 関数  $f(x)$  のフーリエ係数

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を求めよ。

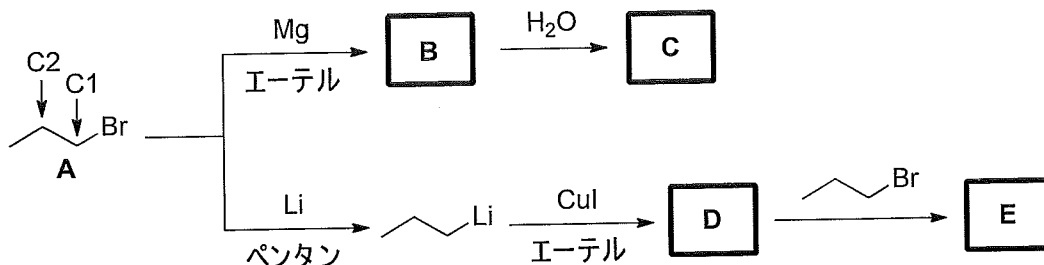
(2) 関数  $f(x)$  のフーリエ級数  $f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$

を用いて、等式  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$  を示しなさい。

# 有機化学

## 有機化学〔1〕

1. 下記反応における化合物 **A** ~ **E** について、(1) ~ (4) の問いに答えなさい。

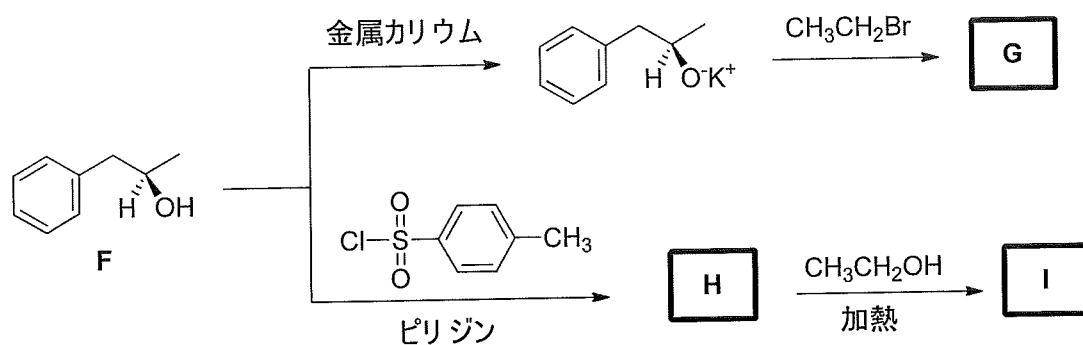


- (1) **A** を **C1-C2** 結合に沿って眺めて、最も安定な立体配座の Newman 投影式を書きなさい。
- (2) **A** を **C1-C2** 結合に沿って眺めて、最も不安定な立体配座の Newman 投影式を書きなさい。
- (3) **B** は  試薬, **D** は  試薬とよばれる有機金属化合物である。ア および イ に適当な語句をそれぞれ記しなさい。
- (4) 生成物 **C** および **E** の化合物名を答えなさい。

2. *trans*-1,4-ジメチルシクロヘキサンについて、(1) ~ (2) の問いに答えなさい。

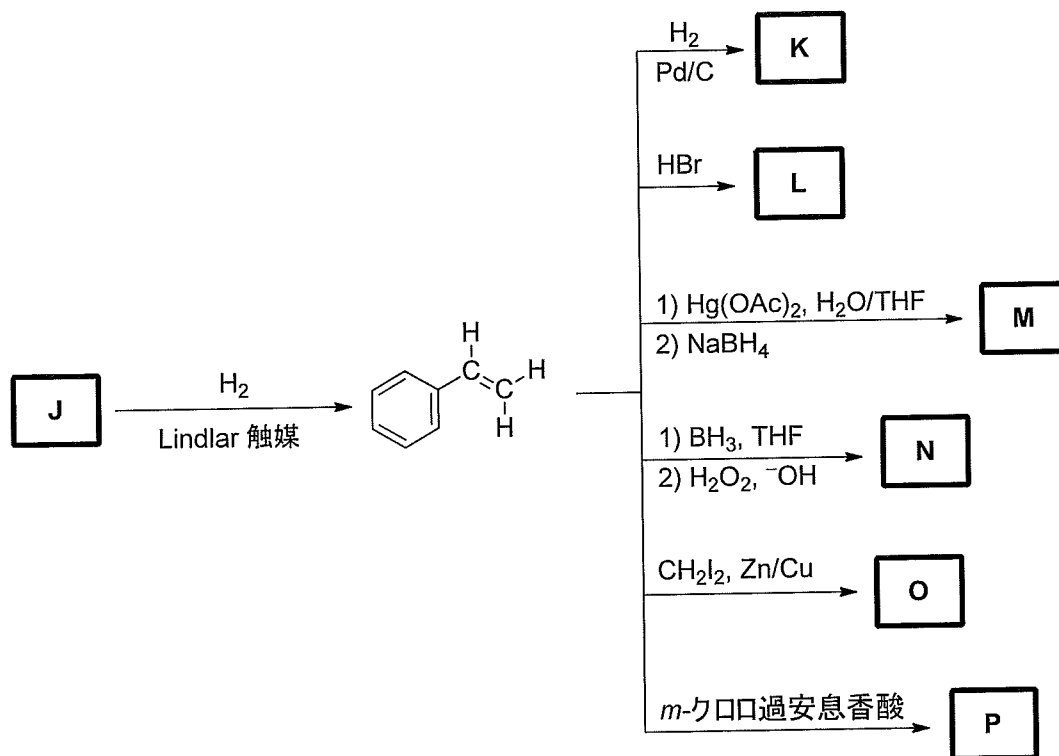
- (1) 二つの異なるいす形配座を書きなさい。すべてのメチル基について、アキシアルかエクアトリアルかを明記すること。
- (2) 二つのいす形配座の安定性に関して、最も適した説明を次の (a) ~ (d) からひとつ選び、記号で答えなさい。
  - (a) 1,4-ジアキシアル相互作用により、メチル基がいずれもアキシアルにある配座がより不安定である。
  - (b) 1,4-ジアキシアル相互作用により、メチル基がいずれもエクアトリアルにある配座がより不安定である。
  - (c) 1,3-ジアキシアル相互作用により、メチル基がいずれもアキシアルにある配座がより不安定である。
  - (d) 1,3-ジアキシアル相互作用により、メチル基がいずれもエクアトリアルにある配座がより不安定である。

3. 下記反応における化合物 **F** ~ **I** について、(1) ~ (2) の問いに答えなさい。



- (1) 化合物 **F** のキラル中心を \* で示し, *R, S* 配置を帰属しなさい。
- (2) 生成物 **G** ~ **I** の構造式を, 立体配置がわかるように書きなさい。

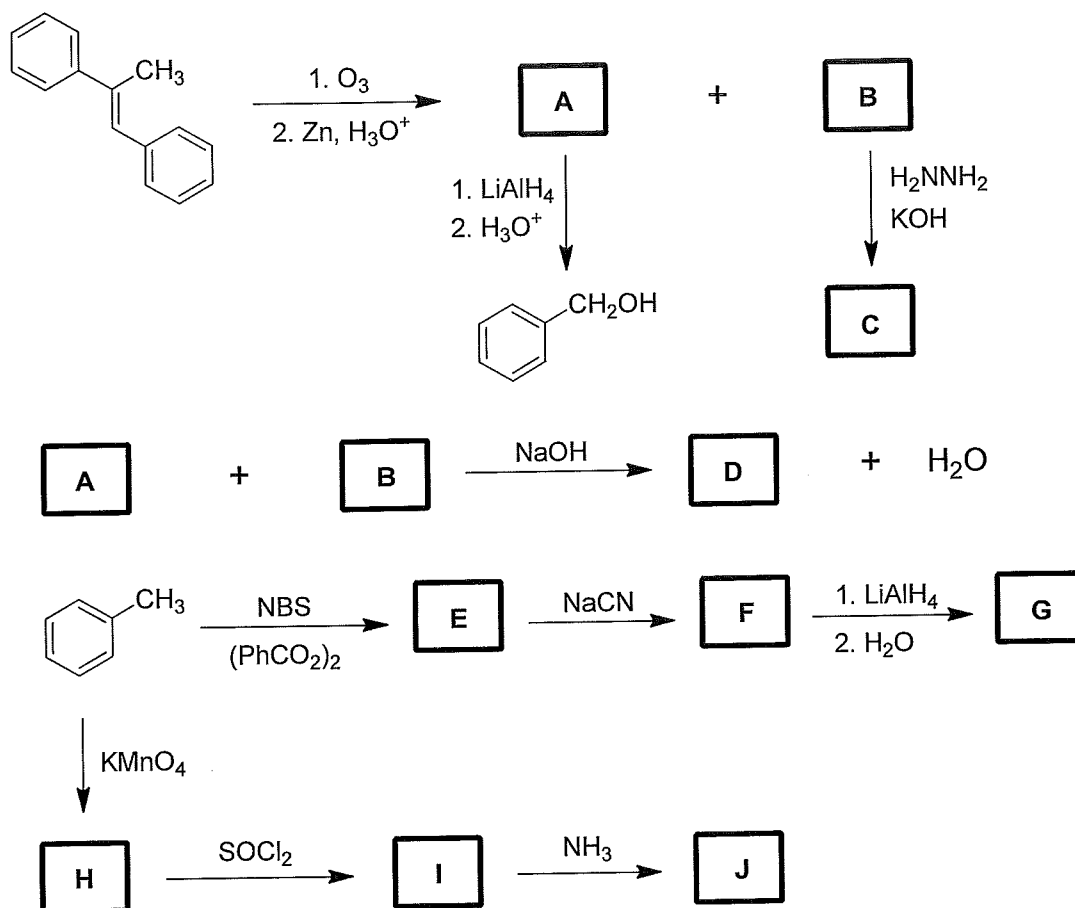
4. 下記反応における化合物 **J** ~ **P** の構造式を書きなさい。



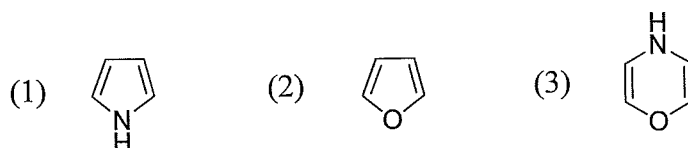


## 有機化学〔2〕

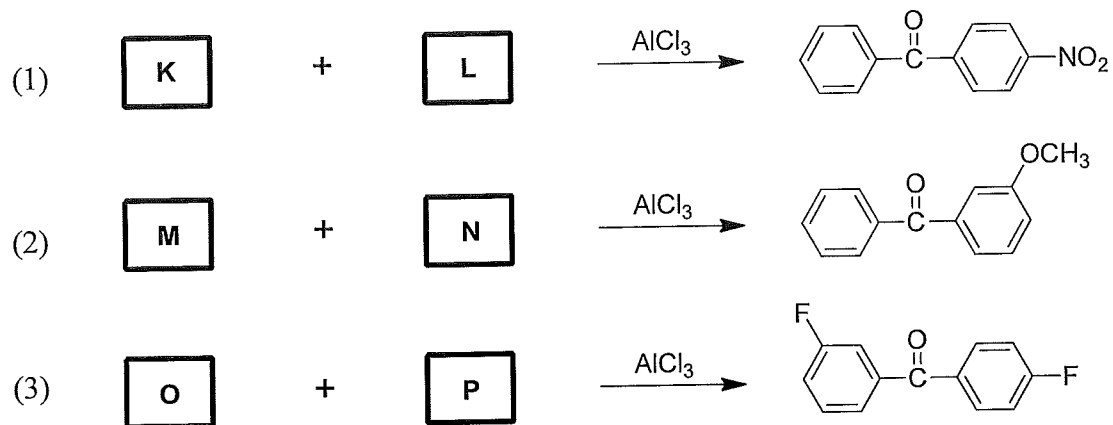
1. 下記反応における化合物 **A** ~ **J** の構造式を書きなさい。なお、反応式中の NBS は *N*-bromosuccinimide のことである。



2. 下記 (1) ~ (3) の化合物が、芳香族か反芳香族かを判別しなさい。



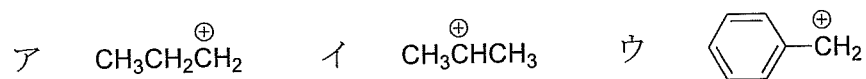
3. 下記 (1) ~ (3) の Friedel-Crafts 反応における化合物 **K** ~ **P** の構造式を書きなさい。



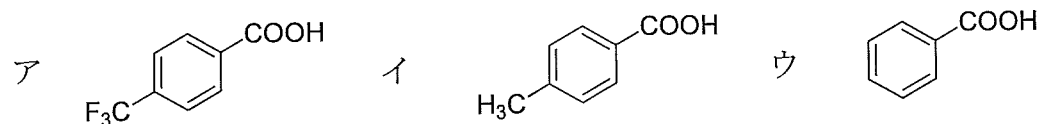
4. 下記 (1) ~ (3) の問いに答えなさい。解答例のような形式で記すこと。

解答例： 強い ア>イ>ウ 弱い

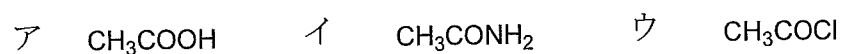
(1) カルボカチオンが安定な順に記しなさい。



(2) 酸性度が大きい順に記しなさい。



(3) アニリンに対する反応性が高い順に記しなさい。

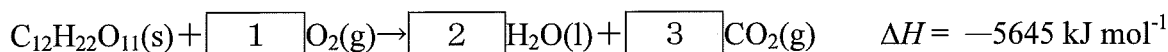


# 物 理 化 学

## 物理化学〔1〕

1. 角砂糖（スクロース,  $C_{12}H_{22}O_{11}$ ）の燃焼に関する以下の (1) ~ (3) の問いに答えなさい。なお、解答には計算過程も記し、有効数字は3桁とする。

(1) 以下の  ~  に当てはまる数字を入れ、スクロースの燃焼の熱化学方程式を完成せなさい。



(2) 1個の質量が1.80 gである角砂糖が燃焼するとき、熱として放出されるエネルギーを計算しなさい。ただし、スクロースの分子量は342.30である。

(3) 人が角砂糖を体内で燃焼させたとき、その熱エネルギーの20.0%が仕事に変換できるとする。質量60.0 kgの人が角砂糖3個を体内で燃焼させた場合、登れる高さを計算しなさい。ただし、重力加速度は  $9.81 \text{ m s}^{-2}$  とする。

2.  $P$  を圧力,  $V$  をモル体積,  $T$  を温度,  $R$  を気体定数,  $a$  および  $b$  を定数とするとき、ファンデルワールスの状態方程式は下記の式で示される。

$$P + \frac{a}{V^2} = \frac{RT}{V - b}$$

この式に従う気体について考える。なお、解答には途中過程も記せ。

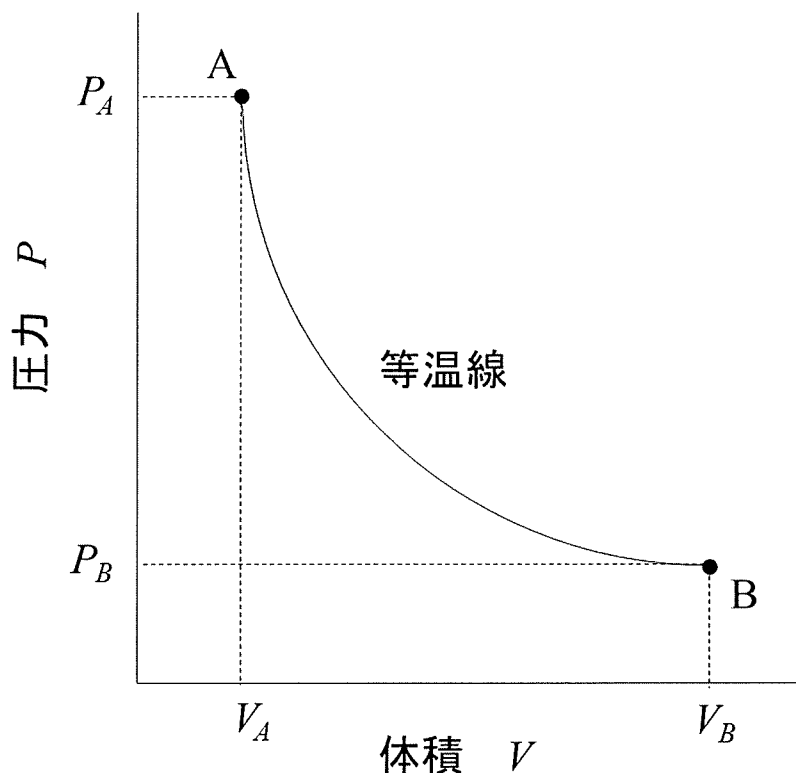
(1) 引力的な相互作用が無視できる場合、ファンデルワールスの状態方程式はどのように表されますか。

(2) 温度一定の場合、モルギブズエネルギー変化  $\Delta G$  はどのように表されますか。

(3) (1)の条件において、圧力が  $P_i$  から  $P_f$  まで変化したときのモルギブズエネルギー変化を表す式を求めなさい。

3. 熱力学に関する問いに答えなさい。

仕事  $w$  とは、外界に対して力を作用させて一様な動きを与えることや、逆に外界から力を受けて一様に動くときのエネルギーの移動様式である。したがって、外部に仕事をしたときは負となる。下の図は  $P$  を圧力、 $V$  を体積としたときの 1 モルの完全気体の等温可逆膨張過程を示している。以下の文章において、 ~  に当てはまる式を答えなさい。



図の状態 A から状態 B への等温可逆膨張における仕事を考える。系が無小の体積  $dV$  だけ膨張したとき行われる無限小の仕事  $dw$  は、 $P$  を用いて表すと、 $dw =$   と書ける。

系が  $V_A$  から  $V_B$  まで膨張したときの全仕事は、 $V_A$  から  $V_B$  までの積分で表され、 $w =$   と書ける。

1 モルの完全気体の場合、 $P =$   ( $R$ : 気体定数、 $T$ : 温度) なので、これを代入すると  $w =$   となる。

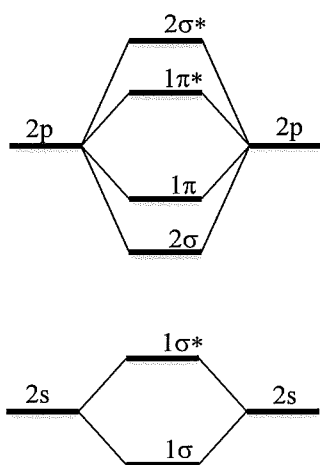
等温膨張の場合、温度が一定に保たれるので  $w =$  、これを積分すると完全気体の等温可逆膨張の仕事は  $w =$   となる。

また等温過程なので、内部エネルギーの変化は  $dU =$  、よって外部から与えられた熱は  $q =$   となる。

## 物理化学〔2〕

1. 原子や分子の電子配置について (1) ~ (3) の問いに答えなさい。

- (1) 水素型原子の電子状態を指定するのに必要な量子数3つの名称を挙げ、それぞれに許される値を示しなさい。
- (2) O (酸素原子, 原子番号8) の基底状態における電子配置を書きなさい。p は  $p_x$  などで成分を区別すること。
- (3) 下記のエネルギー準位図を参考に基底状態にある  $O_2$  (酸素分子) の電子配置を書きなさい。また, 結合次数を求めなさい。



2. 量子論に関する以下の文章を読み、(1)～(3)の問いに答えなさい。

19世紀において電磁放射線は波であるという考え方が一般的だった。これは、電磁放射線が、光路に置かれた物質により波の□1□が起き、明暗の縞模様を生じる干渉という現象から証明されていた。しかし、波としては解釈できない実験結果が見出された。これは、(A)金属に紫外線を照射したとき電子が金属からたたき出される現象であり、□2□と呼ばれる。このように電磁放射線は波と粒子が合わさった特性をもつことが明らかにされた。

ド・ブロイはこの性質を理論的に明らかにした。すなわち、直線運動量  $p = mv$  ( $m$ : 質量,  $v$ : 速度) で運動している粒子は、波長  $\lambda =$  □3□ (ド・ブロイの式) を満たすと提案した。この式から予測される波長と実験から求められる波長が一致した。

(1) □1□～□3□に当てはまる語句、式等を答えなさい。

(2) 静止状態にある電子を電位差  $V$  で加速したときの波長を考える。ただし、電子の電荷は  $-e$  とする。

(a) この電子が獲得する運動エネルギー  $E_K$  を  $e$  と  $V$  で表しなさい。

(b)  $E_K = mv^2/2$  と  $p = mv$  より直線運動量  $p$  と  $E_K$  の関係を示しなさい。

(c) (a)と(b)の結果を用いてド・ブロイ波長を  $h$  と  $m$  と  $e$  と  $V$  で表しなさい。

(3) 下線(A)の実験を、仕事関数が  $2.1 \text{ eV}$  の金属について、波長  $250 \text{ nm}$  の紫外線を照射した。このとき放出される電子の運動エネルギーを計算したい。ただし、プランク定数  $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$ 、光速  $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ 、 $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$  とする。計算過程も示すこと。

(a) 照射した紫外線のエネルギーを有効数字3桁で計算しなさい。

(b) 放出される電子の運動エネルギーを有効数字3桁で計算しなさい。